

CERCETĂRI PRIVIND FENOMENELE DINAMICE SPECIFICE CIRCULAȚIEI ÎN CURBE A VEHICULELOR FERROVIARE

RESEARCHES ON THE CAPACITY OF GUIDANCE IN CURVE OF THE RAILWAY VEHICLES

**Prof. Dr. Ing. Ioan SEBEȘAN, Ing. Mircea Radu SEBEȘAN,
Stud. Mădălin TĂLMACIU-LĂȚA, Stud. Ionuț Vicențio BĂDĂNOIU**

Universitatea POLITEHNICA din București, Romania

e-mail: ioan.sebesan@yahoo.com

Rezumat:

Asigurarea ghidării în curbe, în deplină siguranță și cu uzuri minime ale roților și șinelor este o cerință de bază la vehiculele feroviare. În lucrare se face o analiză a condițiilor de circulație în curbă a unui boghiu cu conducere elastică, a osiilor, tip Y 32, folosite la căile ferate din România.

Sistemul elastic de conducere a osiilor permite așezarea acestora în poziție cvasiradială ceea ce duce la micșorarea frecărilor dintre roți și șine, ceea ce duce la uzuri mici. Modelul matematic prezentat este original, acesta ținând seama de transferurile de sarcini pe roți și de coeficienții de pseudoalunecare evaluați în conformitate cu teoria lui Kalker.

Se constată că o elasticitate prea mare provoacă o reducere a vitezei critice la șerpuire. De aceea în lucrare se prezintă și un model de studiu original al șerpuirii.

Cuvinte cheie: boghiu cu conducere elastică, coeficienți de pseudoalunecare, teoria lui Kalker

Abstract:

Providing guidance in curves in complete safety and with minimum wear of wheels and rails is a basic requirement of railway vehicles. In this paper is made an analysis of the circulation conditions in curve of a bogie with elastic driven wheelsets, type Y 32, used by railways in Romania. The system of wheelsets elastic driving allows their quasi radial position in curves, leading to the reduction of friction between wheels and rails and to lower wear. The presented mathematical model is original, taking into account the wheel loads transfer and the creep coefficients evaluated according to Kalker theory. It is found that high elasticity causes a reduction of the hunting critical speed. Therefore the paper presents also an original study model of the hunting movement of a high speed bogie.

Keywords: bogie with elastic driven wheelsets, pseudo-slip coefficients, Kalker theory

1. CONSIDERAȚII GENERALE

Problema înscrierii în curbe a unui vehicul de cale ferată are ca scop esențial stabilirea condițiilor în care un vehicul poate, în anumite condiții, să circule printr-o curbă determinată fără

a deraia. Legat de aceasta apar și alte aspecte, ca de exemplu acela de menținere a vehiculului în spațiul impus de gabarit.

Din punctul de vedere al ghidării, prin vehicul se înțelege un ansamblu format din una sau mai multe osii legate printr-un șasiu. După modul de legare al osiilor în șasiu se deosebesc două categorii de vehicule:

- cu osii fixe - la care osiile rămân tot timpul paralele și perpendiculare pe axa longitudinală de simetrie a șasiului; osiile nu se pot deplasa longitudinal față de șasiu, dar se pot deplasa transversal în limitele jocurilor admise; marea majoritate a vehiculelor actuale sunt cu osii fixe;
- cu osii orientabile - la care pe lângă deplasarea transversală este posibilă și rotirea osiilor față de șasiu; această mișcare de rotație, dependentă de jocurile longitudinale de la cutiile de osii, dă posibilitatea osiei de a se dispune radial în curbe, ceea ce are ca efect o reducere importantă a uzurilor suprafețelor de rulare și a buzelor, respectiv ale flancurilor de șine.

Așezarea unui vehicul cu buzele roților între cele două fire ale căii este asigurată de lărgimea canalului de ghidare, adică de existența jocului total între buză și flancul interior al șinei (*fig. 1*).

Dacă osia este dispusă radial în curbă, jocul definit convențional este $\sigma = E - E_0$, care se consideră de către proiectanți de vehicule, pentru situația cea mai defavorabilă, la valoarea sa minimă, adică pentru ecartamentul căii "E" la valoarea minimă și pentru ecartamentul osiei „E₀” la valoarea maximă (1426 mm).

Jocul normal al osiei în cale este $\sigma = 1435 - 1426 = 9$ mm. Dacă se ține seama de faptul că ecartamentul căii se măsoară la 14 mm sub nivelul superior al șinelor, valoarea lui σ este ceva mai mare. La studiul înscrierii în curbe a vehiculelor se utilizează în general $\sigma = 10$ mm, la care se adaugă valoarea supralărgirii căii în curbă.

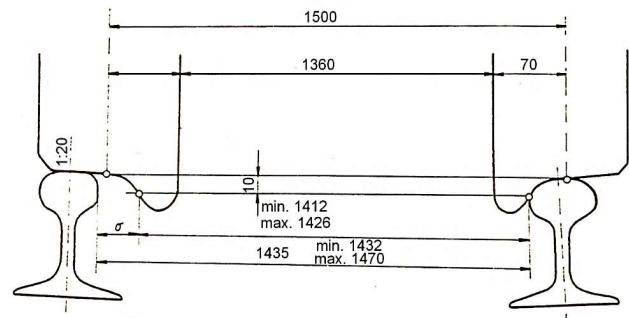


Fig. 1. Jocul total între buza și flancul interior al șinei la osia în poziție normală față de firele căii

Dacă osia este în poziție de atac, cu un unghi α față de cale, la roțile obișnuite, jocul se va micșora, deoarece prin rotirea osiei se îngustează canalul de ghidare. Dar la roțile cu diametru mic este posibilă chiar mărirea jocului când osia este în poziție de atac.

O analiză riguroasă a acestei probleme implică determinarea punctelor reale de contact care țin seama de profilul roții și al șinei.

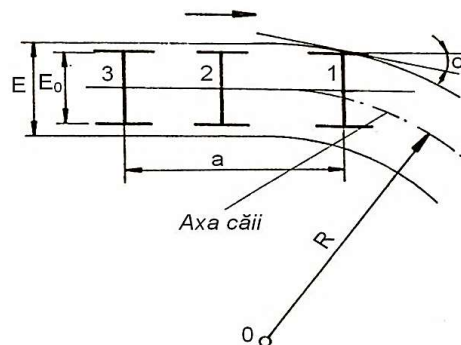


Fig. 2. Atacarea curbei de către vehicul.

La atacarea unei curbe (*fig. 2*), osia 1 a vehiculului realizează în permanență contactul buzei cu flancul interior al șinei de pe firul exterior al căii. Se pot deosebi trei poziții ale vehiculelor în

curbe: poziția secantă, poziția de coardă și poziția liberă. În figura 3 se prezintă aceste poziții pentru un vehicul simplu pe două osii de ampatament a așezat într-o curbă caracterizată prin R și σ .

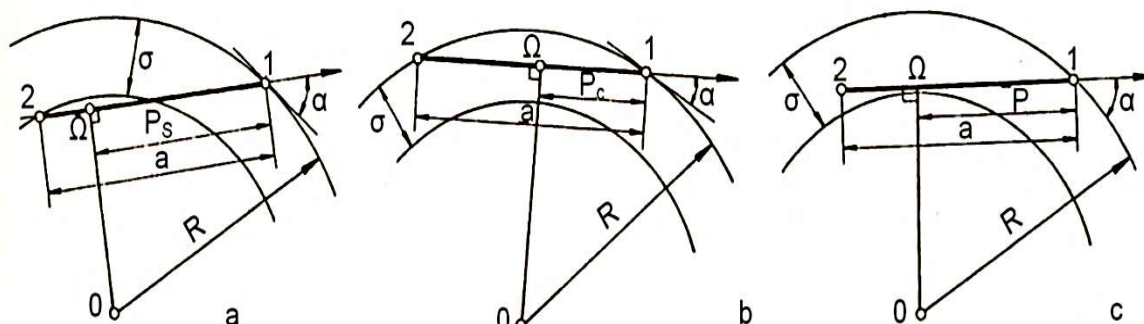


Fig. 3. Poziții de înscriere geometrică în curbe:
a – poziția secantă; b – poziția de coardă; c – poziția liberă.

Dacă prima osie este în contact cu firul exterior al căii, iar ultima osie se dispune pe firul interior (fig. 3,a), atunci se spune că vehiculul s-a așezat în poziție secantă (sau de diagonală). Dacă forța centrifugă care acționează asupra vehiculului devine atât de mare încât să producă deplasarea ultimei osii pe firul exterior al căii, atunci vehiculul va lua o poziție de coardă (fig. 3,b). Când ultima osie ocupă o poziție intermediară între cele două fire ale căii (fig. 3,c), atunci se spune că vehiculul s-a așezat în poziție liberă (apare de obicei la mersul încet sau la viteză mare dacă forța centrifugă este mică). Din acest motiv poziția liberă se mai numește și poziția cvasistatică.

În cazul în care osia vehiculului are roțile cu profiluri de uzură, forțele tangențiale T_x acționează în sensul micșorării unghiului de atac α (fig. 4.), orientând astfel osia spre poziția radială corespunzătoare, la care forța tangențială T_y devine nulă. Această proprietate la care se adaugă și efectul de centraj sunt caracteristici fundamentale ale osiilor numite orientabile.

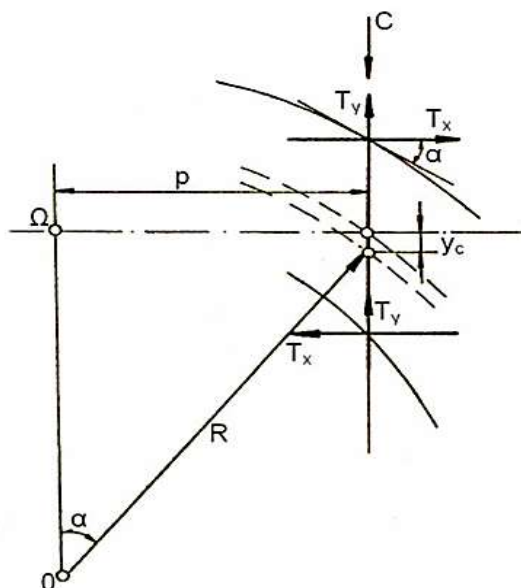


Fig. 4 Osie cu profil de uzură în curbă

În continuare se va determina rigiditatea longitudinală c_x a sistemului de ghidare cu bare așezate în cruce, cu cuplaj transversal relativ rigid între osii, astfel încât să se asigure boghiului circulația în curbe fără contact al buzelor roților cu șinele. O astfel de condiție nu poate fi realizată decât în cazul în care roțile au profiluri de uzură.

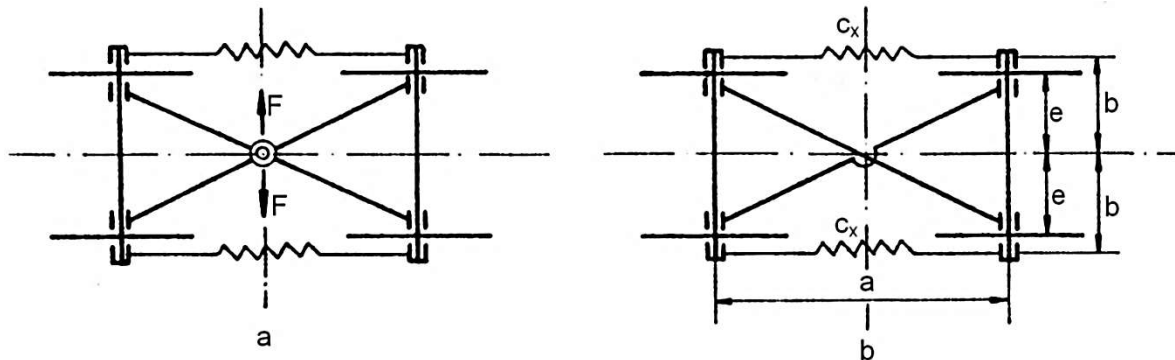


Fig. 5 Sisteme de conjugare a osiilor:
a– prin bare articulate; b– prin bare așezate în cruce.

Boghiurile cu osii orientabile sunt tot mai des utilizate în ultimul timp la vehiculele destinate să circule în curbe cu raze mici. S-au conceput și alte variante constructive, unele din acestea ținând seama și de spațiul disponibil pe boghiu pentru amplasarea elementelor sistemului de conjugare.

Studiul circulației în curbe a unui vehicul de cale ferată are ca scop stabilirea condițiilor în care se asigură ghidarea vehiculului în deplină siguranță. Din punctul de vedere al ghidării, prin vehicul se înțelege un ansamblu format dintr-un număr de osii legate, rigid sau elastic, de un șasiu.

În prezenta lucrare se prezintă cazul unui vehicul (boghiu) cu osiile orientabile la care pe lângă deplasarea transversală este posibilă și rotirea osiilor față de șasiu datorită legării elastice a acestora, longitudinal și transversal, de șasiu. Această mișcare de rotație, dă posibilitatea osiei de a se orienta cvasiradial în curbe, ceea ce are ca efect o reducere a forțelor de contact cu șinele și totodată a uzurilor suprafețelor de rulare și de ghidare ale roților și șinelor.

Cu cât elasticitatea longitudinală a sistemului de ghidare a osiilor este mai mare, cu atât și osia conducătoare a vehiculului se va apropia mai mult de poziția radială creându-se astfel condițiile unei rulări "pure", dacă roțile au profil de uzură.

O elasticitate mare pe direcție longitudinală poate duce la o mișcare de șerpuire a osiei instabilă la o viteză de circulație a vehiculului mai mică decât cea prevăzută. Avându-se în vedere acțiunea contradictorie a mărimii elasticității, la proiectarea corectă a vehiculului trebuie aleasă o "cale de mijloc" care să fie acceptabilă din ambele puncte de vedere care au fost prezentate anterior.

2. INFLUENȚA ELASTICITĂȚILOR DIN SISTEMUL DE CONDUCERE AL OSIILOR ASUPRA AȘEZĂRII GEOMETRICE A BOGHIULUI ÎN CURBE

Pentru un boghiu cu conducere elastic a osiilor se va analiza înscrierea în curbă presupunând că s-a stabilit un regim de circulație staționar, cvasistatic. O lucrare de referință care tratează această problemă a fost elaborată de D. E. Newland [1].

Se presupune că sub acțiunea forței exterioare F_n și a forțelor de contact dintre roți și șine boghiul se așează în curbă în poziția din figura 6, osiile făcând cu normalele la curbă unghiurile (de atac) α_1 și respectiv α_2 .

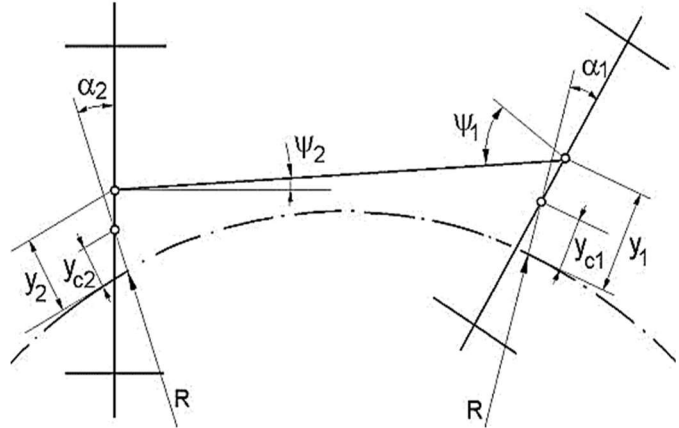


Fig. 6. Boghiul cu conducere elastic a osiilor la circulația în curbă

De asemenea se presupune că nu apar alunecări mari ale roților (cu profil de uzură), ci pseudoalunecări proporționale cu forțele de contact și că forțele de centraj pot asigura rularea osiilor fără contact pe buze.

Față de axa căii, centrele osiilor sunt decalate spre exterior cu y_{c1} și respectiv y_{c2} , iar șasiul boghiului redus la axa sa longitudinală, este decalat în dreptul osiilor cu y_1 și respectiv y_2 .

În timpul mișcării, forțele de frecare T_x , T_y , forțele de centraj C și cele din sistemul de ghidare F_x , F_y , de pe fiecare osie, trebuie să fie în echilibru.

De asemenea, forțele din sistemul de ghidare care acționează asupra șasiului boghiului trebuie să fie în echilibru cu forța exterioară aplicată în crapodină F_n (fig. 7).

Față de șasiu osiile sunt rotite cu:

$$\psi_1 = \alpha_1 + \frac{a}{R} + \frac{y_1 - y_2}{2a} \quad \psi_2 = \alpha_2 - \frac{a}{R} + \frac{y_1 - y_2}{2a} \quad (1)$$

Forțele longitudinale din arcurile suspensiei vor fi:

$$F_{1x} = k_x b \psi_1 \quad F_{2x} = k_x b \psi_2 \quad (2)$$

k_x - fiind constanta elastică longitudinală;

b - distanța dintre cutiile de osie;

care pot fi reduse la momentele:

$$M_1 = 2bF_{1x} = 2k_x b^2 \psi_1 = 2k_x b^2 \left(\alpha_1 + \frac{a}{R} + \frac{y_1 - y_2}{2a} \right) \quad M_2 = 2bF_{2x} = 2k_x b^2 \psi_2 = 2k_x b^2 \left(\alpha_2 - \frac{a}{R} + \frac{y_1 - y_2}{2a} \right) \quad (3)$$

Forțele transversale din arcurile suspensiei sunt:

$$F_{1y} = k_y (y_1 - y_{c1}) \quad F_{2y} = k_y (y_2 - y_{c2}) \quad (4)$$

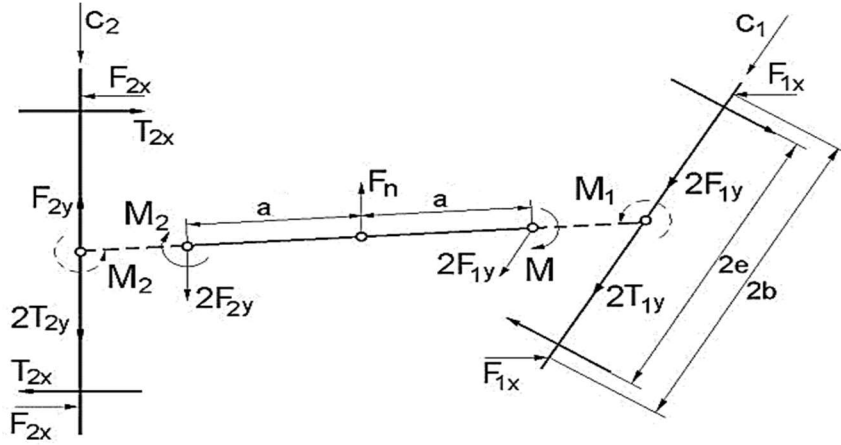


Fig. 7. Forțele și momentele care acționează asupra osiilor și șasiul boghiului

Dacă se notează și în acest caz cu $f_x = \chi_x Q$ și $f_y = \chi_y Q$ - coeficienții de pseudoalunecare (în unități de forță), χ_x și χ_y - coeficienții de pseudoalunecare (adimensionali), Q fiind sarcina pe roată, atunci forțele de pseudoalunecare vor fi:

$$\begin{aligned} T_{1x} &= f_x v_{1x} = f_x \left(\frac{\gamma}{r} y_{c1} - \frac{e}{R} \right) & T_{1y} &= f_y v_{1y} = f_y \alpha_1 \\ T_{2x} &= f_x v_{2x} = f_x \left(\frac{\gamma}{r} y_{c2} - \frac{e}{R} \right) & T_{2y} &= f_y v_{2y} = f_y \alpha_2 \end{aligned} \quad (5)$$

în care v_x și v_y reprezintă pseudoalunecările roată – șină, γ – conicitatea efectivă a profilului roții iar r – raza roții.

Forțele de centraj ale celor două osii sunt:

$$C_1 = k_g y_{c1} \quad C_2 = k_g y_{c2} \quad (6)$$

unde s-a notat cu k_g -constanta elastică de centraj, aceasta având expresia:

$$k_g = \frac{2Q\gamma}{\gamma_0 \rho_r} = \frac{2Q}{\rho_r - \rho_s} \quad (7)$$

în care, pentru poziția mediană a osiei, în punctul de contact roată – șină γ_0 este unghiul de flanc al suprafeței de rulare și ρ_r, ρ_s razele de curbura ale profilului roții și, respectiv, al șinei [9].

Cu forțele astfel stabilite, se pot scrie ecuațiile de echilibru pentru osii și pentru șasiul boghiului, în care se ține seama de valorile mici ale unghiurilor care intervin:

$$\begin{aligned}
 C_1 - 2F_{1y} + 2T_{1y} &= 0 & 2eT_{1x} + M_1 &= 0 \\
 C_2 - 2F_{2y} + 2T_{2y} &= 0 & 2eT_{2x} - M_2 &= 0 \\
 2F_{1y} - 2F_{2y} - F_n &= 0 & M_1 + M_2 + 2F_{1y}a - 2F_{2y}a &= 0
 \end{aligned} \tag{8}$$

care, după înlocuiri, devine:

$$\begin{aligned}
 k_g y_{c1} - 2k_y(y_1 - y_{c1}) + 2f_y \alpha_1 &= 0 \\
 2e \cdot f_x \left(\frac{\gamma}{r} y_{c1} - \frac{e}{R} \right) - 2k_x b^2 \left(\alpha_1 + \frac{a}{R} + \frac{y_1 - y_2}{2a} \right) &= 0 \\
 k_g y_{c2} - 2k_y(y_2 - y_{c2}) + 2f_y \alpha_2 &= 0 \\
 2e \cdot f_x \left(\frac{\gamma}{r} y_{c2} - \frac{e}{R} \right) - 2k_x b^2 \left(\alpha_2 - \frac{a}{R} + \frac{y_1 - y_2}{2a} \right) &= 0 \\
 2k_y(y_1 - y_{c1}) + 2k_y(y_2 - y_{c2}) - F_n &= 0 \\
 2k_x b^2 \left(\alpha_1 + \frac{a}{R} + \frac{y_1 - y_2}{2a} \right) + 2k_x b^2 \left(\alpha_2 - \frac{a}{R} + \frac{y_1 - y_2}{2a} \right) + 2k_y(y_1 - y_{c1})a - 2k_y(y_2 - y_{c2})a &= 0
 \end{aligned} \tag{9}$$

în care $2e$ este distanța dintre cercurile nominale de rulare ale roților.

Ecuațiile (9) permit stabilirea poziției de înscriere în curbă a unui vehicul pe două osii în cazul general când osiile sunt legate de șasiu prin elemente elastice longitudinale și laterale.

Considerând în acest caz $k_g = 0$, din sistemul de ecuații (9), se obține:

$$\begin{aligned}
 A &= 1 + \frac{f_x \cdot a}{k_x \cdot b^2} \cdot \frac{e \cdot \gamma}{r} \left(1 + \frac{k_x \cdot b^2}{k_y \cdot a^2} \right) \\
 B &= \frac{f_y \cdot a}{(k_x \cdot b^2) - 1} \\
 C &= 1 + \frac{f_x \cdot f_y \cdot a^2}{(k_x \cdot b^2)^2} \cdot \frac{e \cdot \gamma}{r} \left(1 + \frac{k_x \cdot b^2}{k_y \cdot a^2} \right) \\
 y_{c1} &= y_{c0} \left(1 + \frac{f_y}{f_x} \cdot \frac{a^2}{e^2} \cdot \frac{A}{C} \right) + a \cdot \frac{F_n}{4f_y} \cdot \frac{B}{C}
 \end{aligned} \tag{10}$$

în care $y_{c0} = er/\gamma R$ este valoarea decalajului transversal la care osia lucrează fără alunecări longitudinale [9].

Primul termen din relația (10) pune în evidență abaterea de la axa căii iar al doilea reprezintă deplasarea radială a osiei datorită forței laterale F_n .

Dacă $k_x b^2 > f_x a$, elasticitatea suspensiei nu îmbunătățește înscrierea în curbă a vehiculului, iar dacă $k_x b^2 < f_x a$, abaterea de la axa căii va scădea, iar pentru o suspensie suficient de elastică abaterea se va apropia de valoarea minimă (posibilă pentru osii libere) $y_{cl} = y_{c0}$.

Abaterea de la axa căii, când $k_x b^2 < f_x a$, se reduce și prin mărirea valorii termenului:

$$\frac{e\gamma}{r} \cdot \frac{1 + k_x \cdot b^2}{k_y \cdot a^2} \quad (11)$$

adică printr-o conicitate efectivă γ mare și prin micșorarea rigidității transversale k_y .

Deplasarea osiei din spate față de axa căii este:

$$y_{c2} = y_{c0} \left(1 + \frac{f_y}{f_x} \cdot \frac{a^2}{e^2} \cdot \frac{2-A}{C} \right) + a \cdot \frac{F_n}{4f_y} \cdot \frac{B+2}{C} \quad (12)$$

Pentru $F_n = 0$, unghiurile pe care le fac osiile cu normalele la cale vor fi:

$$\alpha_1 = -\alpha_2 = -\left(\frac{1}{C}\right) \cdot \frac{a}{R} \quad (13)$$

Forța maximă de pseudoalunecare va apărea la cele două roți din față. La acestea, pentru $F_n = 0$, pseudoalunecările sunt:

$$v_{1x} = \frac{\gamma}{r} \left(1 + \frac{f_y}{f_x} \cdot \frac{a^2}{e^2} \cdot \frac{A}{C} \right) y_{c0} - \frac{e}{R} = \frac{f_y}{f_x} \cdot \frac{a^2}{e \cdot R} \cdot \frac{A}{C} \quad (14)$$

$$v_{1y} = \frac{(1/C) \cdot a}{R}$$

iar forța de pseudoalunecare, considerând ca $f_x = f_y = f$ este:

$$T = \sqrt{(f_x \cdot v_x)^2 + (f_y \cdot v_y)^2} = \frac{f \cdot a}{RC} \cdot \sqrt{1 + \frac{a^2}{e^2} \cdot A^2} \leq \mu Q \quad (15)$$

în care μ reprezintă coeficientul de aderență roată șină (valoarea maximă a coeficientului de frecare).

Rezultă deci că un boghiu cu conducere elastică a osiilor va circula fără să alunece pe orice curbă a cărei rază este:

$$R > \frac{f \cdot a}{C \cdot \mu \cdot Q} \sqrt{1 + \frac{a^2}{e^2} \cdot A^2} \quad (16)$$

Cu cât suspensia este mai elastică, cu atât și raza curbei R este mai mică, osiile tinzând spre o poziție radială.

Comparând deplasările produse de forța laterală F_n , se observă că osia din spate este deplasată mai mult decât osia din față, această deplasare fiind independentă de raza curbei. Deplasarea sub efectul forței F_n este, de asemenea, independentă și de abaterea de la axa căii, care se produce chiar dacă asupra boghiului nu acționează nici o forță laterală și care indică de fapt capacitatea inerentă a boghiului de a se autoghidă în cale prin forțele de pseudoalunecare dintre roți și șine.

3. INFLUENȚA ELASTICITĂȚILOR DIN SISTEMUL DE CONDUCERE AL OSIILOR ASUPRA STABILITĂȚII LA ȘERPUIRE A BOGHIULUI.

Studiul stabilității mișcării de șerpuire a unui boghiu cu conducere elastică a osiilor se face pe baza relațiilor obținute în urma liniarizării fenomenului de șerpuire. Liniarizarea fenomenului de șerpuire se realizează:

- considerând că forțele de contact variază liniar cu deplasarea laterală a osiei;
- neglijând frecările precum și jocurile dintre diferitele elemente ale structurii portante a vehiculului;
- neglijând neregularitățile și discontinuitățile căii de rulare;
- considerând conicitatea echivalentă a profilului roții ca fiind constantă și proporțională cu forța tangențială de pseudoalunecare din punctul de contact al roții cu șina.

Acest studiu își propune să stabilească viteza de circulație la care mișcarea stabilă de șerpuire a unui vehicul echipat cu boghiuri cu conducere elastică a osiilor se va transforma într-o mișcare instabilă, respectiv stabilirea vitezei critice, care odată depășită va conduce la o înrăutățire rapidă a mersului. Altfel spus, s-a urmărit determinarea vitezei maxime care poate fi atinsă în deplină siguranță de către vehicul.

Se consideră cazul general al mișcării de șerpuire a unui boghiu la care suspensia osiilor este formată din arcuri având constantele elastice k_x, k_y , precum și din amortizoare cu caracteristică liniară (de tip vâscos), care au constantele de amortizare c_x, c_y (fig.8). Centrul de masă al boghiului se consideră situat la nivelul axelor osiilor.

$$\begin{aligned} m_0 \ddot{\psi}_1 + \frac{2\chi Q}{v} \cdot \dot{\psi}_1 + k_y^* y_1 - k_y^* y_2 - (k_y^* a + 2\chi Q) \cdot \psi_1 - k_y^* a \psi_2 &= 0 \\ m_0 \ddot{\psi}_2 + \frac{2\chi Q}{v} \cdot \dot{\psi}_2 + k_y^* y_2 - k_y^* y_1 + k_y^* a \psi_1 + (k_y^* a + 2\chi Q) \cdot \psi_2 &= 0 \\ I_{0z} \ddot{\psi}_1 + \frac{2\chi Q e^2}{v} \cdot \dot{\psi}_1 + (k_x b^2 + k_y^* a^2) \cdot \psi_1 - (k_x b^2 - k_y^* a^2) \cdot \psi_2 - \left(k_y^* a - \frac{2\chi Q e \gamma}{r} \right) y_1 + k_y^* a \cdot y_2 &= 0 \\ I_{0z} \ddot{\psi}_2 + \frac{2\chi Q e^2}{v} \cdot \dot{\psi}_2 + (k_x b^2 + k_y^* a^2) \cdot \psi_2 - k_y^* a \cdot y_1 + \left(k_y^* a + \frac{2\chi Q e \gamma}{r} \right) y_2 - (k_x b^2 - k_y^* a^2) \cdot \psi_1 &= 0 \end{aligned} \quad (17)$$

unde s-a notat: k_x și k_y -constantele elastice în plan longitudinal și transversal, m_o -masa osiei, v -viteza de circulație, I_{oz} -moment de inerție al masei suspendate față de axa verticală care trece prin centrul de masă al boghiului

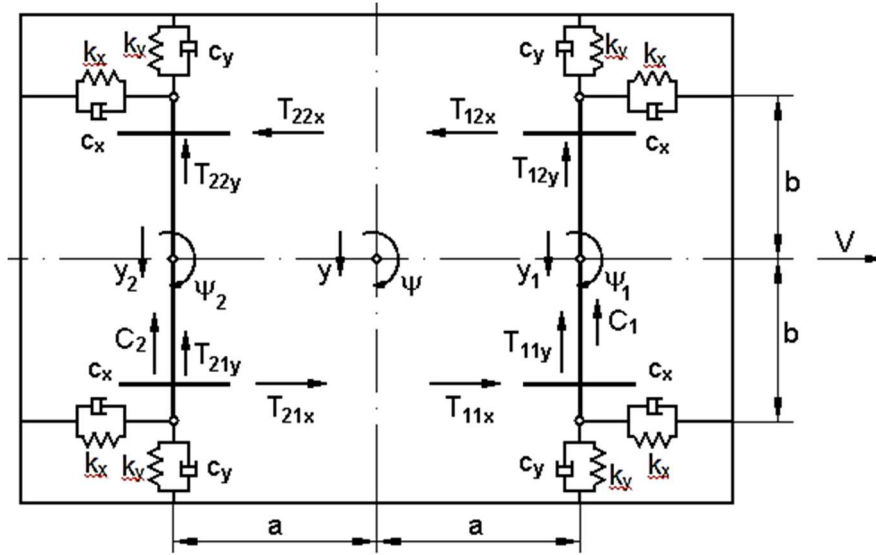


Fig. 8. Forțele care acționează asupra unui boghiu cu conducere elastică a osiilor

Determinarea vitezei critice și respectiv a pulsației critice în cazul neglijării masei suspendate a boghiului și a amortizărilor se poate face pe baza ecuațiilor de mișcare pentru șasiul boghiului și, respectiv, pentru osii, obținute neglijând centrajul osiei, efectul de spin și efectul giroscopic.

$$k_y^* = \frac{k_y k_x b^2}{k_y a^2 + k_x b^2} \quad (18)$$

care are semnificația unei constante elastice echivalente transversale.

Cu schimbarea de variabile:

$$\begin{aligned} 2y_1^* &= y_1 + y_2 & 2y_2^* &= y_1 - y_2 \\ 2\psi_1^* &= \psi_1 + \psi_2 & 2\psi_2^* &= \psi_1 - \psi_2 \end{aligned} \quad (19)$$

ecuațiile de mișcare devin:

Cercetări privind fenomenele dinamice specifice circulației în curbe a vehiculelor feroviare

$$\begin{aligned}
2m_0\ddot{\psi}_1^* + \frac{4\chi Q}{v} \cdot \dot{\psi}_2^* - 4\chi Q\psi_1^* &= 0 \\
2m_0\ddot{\psi}_2^* + \frac{4\chi Q}{v} \dot{\psi}_2^* + 4k_y^* y_2^* - 4k_y a \psi_1^* - 4\chi Q\psi_2^* &= 0 \\
2I_{0z}\ddot{\psi}_1^* + \frac{4\chi Q e^2}{v} \dot{\psi}_1^* + 4k_y^* a \psi_1^* + 4\chi Q \frac{e\gamma}{r} y_1^* - 4k_y^* a y_2^* &= 0 \\
2I_{0z}\ddot{\psi}_2^* + \frac{4\chi Q e^2}{v} \dot{\psi}_2^* + 4k_x b^2 \psi_2^* + 4\chi Q \frac{e\gamma}{r} y_2^* &= 0
\end{aligned} \tag{20}$$

Neglijând masa axei osiei, adică considerând $I_{0z} = m_0 e^2$ și notând:

$$\begin{aligned}
A_1 &= 4k_y^* \left(1 - \frac{a^2}{e^2}\right) + 4k_x \frac{b^2}{e^2} \\
B_1 &= 4k_y^* \cdot 4k_x \frac{b^2}{e^2} \left(1 - \frac{a^2}{e^2}\right) + 2(4\chi Q)^2 \frac{\gamma}{e \cdot r} \\
C_1 &= (4\chi Q)^2 \frac{\gamma}{e \cdot r} \left[4k_y^* \left(1 + \frac{a^2}{e^2}\right) + 4k_x \frac{b^2}{e^2}\right] \\
D_1 &= (4\chi Q)^2 \frac{\gamma}{e \cdot r} \cdot 4k_y^* \cdot 4k_x \frac{b^2}{e^2} + (4\chi Q)^4 \left(\frac{\gamma}{e \cdot r}\right)^2
\end{aligned} \tag{21}$$

se obțin ecuațiile pulsațiilor proprii:

$$\begin{aligned}
A_1 &= K_x + K_y \\
B_1 &= K_x \cdot K_y + 2\Gamma \\
C_1 &= \Gamma \cdot (K_x + K_y) \\
D_1 &= \frac{K_x \cdot K_y}{1 + a^2/e^2} \cdot \Gamma + \Gamma^2
\end{aligned} \tag{22}$$

Din relația (20) se obține relația pulsațiilor proprii:

$$\begin{aligned}
16m_0^4 p^8 + 32m_0^3 \cdot \frac{4f}{v} p^7 + 8m_0^2 \left[3\left(\frac{4f}{v}\right)^2 + m_0 A_1 \right] p^6 + 4m_0 \frac{4f}{v} \cdot \left[2\left(\frac{4f}{v}\right)^2 + 3m_0 A_1 \right] p^5 + \\
+ \left[\left(\frac{4f}{v}\right)^4 + 6m_0 \left(\frac{4f}{v}\right)^2 \cdot A_1 + 4m_0^2 B_1 \right] p^4 + \frac{4f}{v} \cdot \left[\left(\frac{4f}{v}\right)^2 A_1 + 4m_0 B_1 \right] p^3 + \\
+ \left[\left(\frac{4f}{v}\right)^2 B_1 + 2m_0^2 C_1 \right] p^2 + \frac{4f}{v} C_1 p + D_1 = 0
\end{aligned} \tag{23}$$

Considerând că s-a ajuns la limita de stabilitate când $v = v_c$, substituind în ecuația de mai sus $p = j\omega_c$, rezultă în final:

$$16m_0^4\omega_c^8 - 8m_0^2 \cdot \left[3\left(\frac{4f}{v_c}\right)^2 + m_0A_1 \right] \omega_c^6 + \left[\left(\frac{4f}{v_c}\right)^4 + 6m_0\left(\frac{4f}{v_c}\right)^2 \cdot A_1 + 4m_0^2B_1 \right] \cdot \omega_c^4 - \left[\left(\frac{4f}{v_c}\right)^2 B_1 - 2m_0C_1 \right] \omega_c^2 + D_1 = 0 \quad (24)$$

Se definesc funcțiile:

$$g(\omega_c) = \left(\frac{4f}{v_c}\right)^2 = \frac{32m_0^2 - 12m_0^2A_1\omega_c^4 + 4m_0B_1\omega_c^2 - C_1}{(8m_0\omega_c^2 - A_1)\omega_c^2} \quad (25)$$

$$f(\omega_c) = 16m_0^4\omega_c^8 - 8m_0^2 \cdot [3 \cdot g(\omega_c) + m_0A_1] \omega_c^6 + [g^2(\omega_c) + 6m_0 \cdot g(\omega_c) \cdot A_1 + 4m_0^2B_1] \cdot \omega_c^4 - [g(\omega_c)B_1 - 2m_0C_1] \omega_c^2 + D_1 = 0 \quad (26)$$

care permit calculul vitezei critice v_c și a pulsației critice ω_c la care mișcarea devine instabilă. Astfel valoarea pulsației critice rezultă că o rădăcină a ecuației $f(\omega_c) = 0$ iar viteza critică rezultă din (25).

Pentru coeficienții de frecare roată-șină se poate considera lucrarea lui *P. van Bommel* [2] care recomandă unele valori aproximative ale coeficienților de pseudoalunecare. Astfel pe baza rezultatelor obținute de *Kalker* [3], *Bommel* constată că (pentru Q exprimat în tone):

$$\chi_x = \chi_y = \chi = \frac{300}{\sqrt[3]{Q}} \cdots \frac{400}{\sqrt[3]{Q}} \quad (27)$$

4. APLICAȚIE NUMERICĂ

Pentru exemplificare s-a considerat un vagon de călători echipat cu boghiuri Y 32 R la care $m_0=2000 \text{ kg}$, $Q=59,65 \text{ kN}$ și caracteristicile geometrice: $a=1,28 \text{ m}$, $b=1 \text{ m}$, $e=0,75 \text{ m}$, $r=0,46 \text{ m}$. Coeficienții de pseudoalunecare calculați cu (27) au valorile $\chi_x=\chi_y=\chi=175$ și $f=10,43 \cdot 10^6 \text{ N}$. Pentru coeficientul de aderență se adoptă $\mu=0,36$.

O importanță deosebită asupra stabilității transversale a boghiului o au caracteristicile elastice ale sistemului de conducere al osiilor. *R. Joly* [4] indică, pentru boghiurile de viteză, cu conducere elastică a osiilor, valorile $k_x=10^7 \text{ N/m}$ și $k_y=5 \cdot 10^7 \text{ N/m}$. Rigiditatea echivalentă transversală are valoarea $k_x=1,481 \text{ N/mm}$.

Profilul roții, prin conicitatea efectivă γ a acestuia, influențează stabilitatea vehiculului. O conicitate redusă contribuie, în general, la mărirea vitezei critice, constatându-se că influența conicității efective asupra vitezei critice este dependentă de valorile rigidităților k_x și k_y . Pentru valori ale lui k_x și k_y mai mari de 10^7 N/m , conicitatea efectivă optimă este situată între 0,10 și 0,15. Se adoptă conicitatea efectivă $\gamma = 0,15$.

Din relația (16) rezultă că vehiculul circulă fără alunecări în curbe cu $R>1552 \text{ m}$. Considerând ca exemplu de calcul $R=1600 \text{ m}$ se obține $y_{c0}=1,437 \cdot 10^{-3}$ și de asemenea $A=1,367$, $B=0$ și $C=1,018$.

Pentru $F_n=0$, conform relației (14) rezultă $y_{c1}=1,438 \cdot 10^{-3}$ m, $y_{c2} = 1,438 \cdot 10^{-3}$ m unghiurile de atac ale osiilor conform cu (13) sunt:

$$\alpha_1 = -\alpha_2 = -0,786 \cdot 10^{-3} \quad \text{rad} = -45,057 \cdot 10^{-3} \text{ deg.} \quad (28)$$

Pseudoalunecările roților din față, calculate cu (14) sunt $v_{lx} = 1,833 \cdot 10^{-3}$, $v_{ly} = 0,786 \cdot 10^{-3}$.

Pentru comparație s-a studiat și cazul circulației în curbă a unui boghiu cu osii fixe. Astfel, considerând $k_x = k_y = \infty$ și $k_g = 0$, se obține $y_l = y_{c1}$, $y_2 = y_{c2}$ și pentru $F_n = 0$ rezultă:

$$\begin{aligned} \alpha_1 = -\alpha_2 = -a/R &= -0,8 \cdot 10^{-3} \text{ rad} = -45,86 \cdot 10^{-3} \text{ deg.} \\ y_{c1} = y_{c2} = y_{c0} &= (f_y / f_x) \cdot (a^2 / e \cdot R) = 1,365 \cdot 10^{-3} \\ y_{1y} = y_{2y} = y_y &= a / R = 0,8 \cdot 10^{-3} \end{aligned} \quad (29)$$

Se observă o micșorare a unghiului de atac la osiile conduse elastic față de cele fixe. Diferența este mică deoarece comparația s-a făcut pentru o curbă cu rază relativ mare. La circulația în curbe de rază mică rezultă avantajul conducerii elastice dar crește și riscul producerii unor alunecări inacceptabile.

Calculul pulsației critice și vitezei critice s-a făcut pe baza relațiilor (25) și (26). Rădăcinile reale pozitive ale ecuației (26), respectiv pulsațiile critice sunt: $\omega_c=20,79836$ rad/s și $\omega_c=139,40631$ rad/s.

Valorile pulsațiilor critice stabilite mai sus pot fi evidențiate și printr-o reprezentare grafică a funcției $f(\omega_c)$, de forma celei din figura 9.

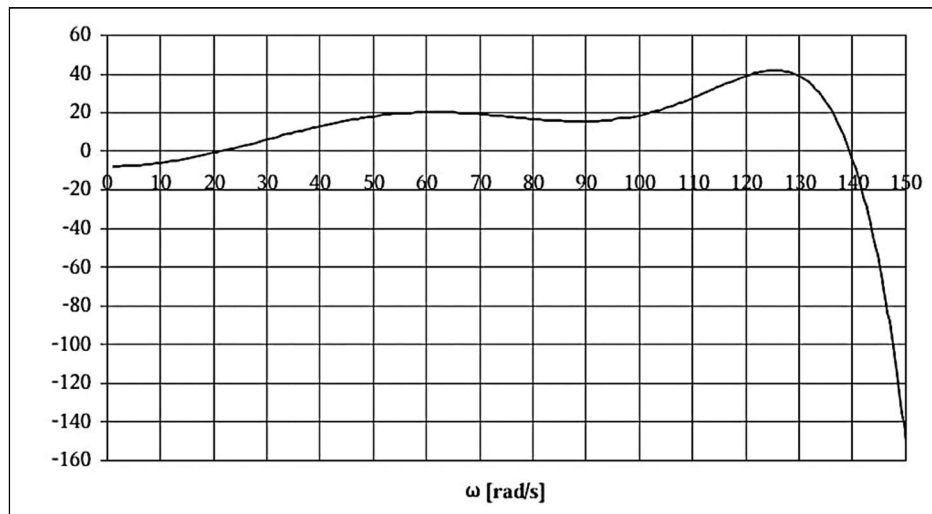


Fig. 9. Stabilirea grafică a valorilor pulsației critice

Întrucât prima valoare marchează trecerea de la stabilitate la instabilitate a mișcării de șerpuire a osiei, aceasta va fi luată în considerare la calculul vitezei critice. Astfel corespunzător acestei pulsații critice se va obține

$$v_c = 72,5 \text{ m/s} = 259,4 \text{ km/h} \quad (30)$$

5. CONCLUZII

Din studiul circulației în curba rezultă valoare minimă a razei pentru ca să nu se producă alunecări la contactul roată-șină. În cazul considerat se observă o tendință de așezare radială a primei osii. Relațiile prezentate indică avantajele conducerii radiale în cazul curbelor de rază mică dar cu o adaptare corespunzătoare a caracteristicilor elastice ale sistemului de ghidare a osiei vehiculului.

De asemenea rezultatele obținute, în urma studiului efectuat, au condus la concluzia că, la depășirea vitezei de aproximativ 260 km/h, mișcarea de șerpuire a vehiculului va deveni instabilă, fenomen ce va conduce la solicitări transversale inadmisibile ale căii de rulare și, chiar la periclitarea siguranței circulației. Viteza maximă de circulație în deplină siguranță de către un vehicul va fi mai mică cu 10-15% din viteza critică la șerpuire, aceasta dacă se ia în considerație o posibilă modificare în timp a caracteristicilor elastice ale sistemului de ghidare a osiilor.

Relațiile prezentate permit să se analizeze influența diferiților parametri constructivi ai boghiului asupra mișcării de șerpuire și stabilirea condițiilor constructive pentru extinderea la viteze superioare regimului de mers a domeniului de stabilitate la șerpuire. Deși metoda aplicată se bazează pe o serie de ipoteze simplificatoare, aceasta se poate utiliza pentru evaluări ingineresti rapide a performanțelor boghiurilor.

Modelul de calcul aparține autorului lucrării, acesta fiind validat experimental pe o serie de boghiuri de mare viteză analizate în cadrul departamentului Material Rulant de Cale Ferată din Universitatea Politehnica din București.

BIBLIOGRAFIE

1. Newland,D.E.,*Steering a Flexible Railway Track in Curved Track.Transaction of ASME*, aug.,1969
2. van Bommel,P.,*Considerations lineaires concernant le mouvement de lacet d'un vehicule ferroviaire.UIC/ORE ,C9,nov.1968.*
3. Kalker,J.J.,*Three-dimensional elastic bodies in rolling contact*.Kluwer Academic Publishers, Dortrech E.A.,1990
4. Joly,R., *Etude de la stabilite transversale d'un vehicule ferroviaire circulant a grande vitesse*. Rail Interntional, 12,1971
5. Joly,R., Laurent,M.,*Etude de la dynamique transversal d'un vehicule ferroviaire.Banc experimental de Vitry*, Rapport SNCF, division des essays de materiel,1974.
6. Gilchrist, A.O.,*The long roald to Solution of the railway hunting and curving problem.Procedings of the Conference "From Rocket to Eurostar and beyond",5nov,1997.*
7. Lee, S. Y.,Cheng,Y.C., *Influences of the vertical and the roll motion of frames on the hunting Stability of trucks moving on curved tracks*. Journal of Sound and Vibration,294,2006.
8. Muller,S.,*Linearized Wheel-Rail Dynamics-Stability a Corrugation*. Fortschritt-Berrichte VDI, Dusseldorf, 1998.
9. Sebeșan,I., *Dynamics of Railway Vehicles*. Ed. MATRIX ROM, Bucharest, 2011.
10. Sebeșan I., *Dinamica vehiculelor de cale ferată*, Tratatul I, Editura Tehnică, 1995