

## ANALIZA DINAMICĂ A SISTEMELOR DE CONDIȚIONARE A AERULUI MODELATE CA SOLIDE RIGIDE 6DOF REZEMATE ELASTIC CU SIMETRII STRUCTURALE

### DYNAMIC ANALYSIS OF AIR CONDITIONING SYSTEMS MODELED AS RIGID-BODIES 6 DOF WITH ELASTIC BEARINGS AND STRUCTURAL SYMMETRIES

Gianina Cornelia SPÂNU (ȘTEFAN)<sup>1</sup>, Gigel Florin CĂPĂȚÂNĂ<sup>2</sup>  
Aurora Maria POTÎRNICHE<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Universitatea “Dunărea de Jos” Galați, Romania - Școala doctorală de Inginerie Mecanică și Industrială e-mail: spanugianina@yahoo.com

<sup>2</sup>Universitatea “Dunărea de Jos” Galați, Facultatea de Inginerie și Agronomie din Brăila, Romania, Centrul de Cercetare Mecanica Mașinilor și Echipamentelor Tehnologice -MECMET e-mail: gcapatana@ugal.ro

<sup>3</sup>Universitatea “Dunărea de Jos” Galați, Facultatea de Inginerie și Agronomie din Brăila, Romania, Centrul de Cercetare Mecanica Mașinilor și Echipamentelor Tehnologice -MECMET e-mail: Potarniche.Aurora@ugal.ro

**Rezumat:** Acest studiu prezintă modelul de calcul și modelul matematic pentru un solid rigid cu șase grade de libertate utilizate în studiul dinamic al unui turn vertical de răcire cu un ventilator axial interior. În funcție de ipotezele de calcul, au fost determinate câteva modele matematice simplificate care evidențiază relațiile analitice dintre parametrii structurali și dinamici ai sistemului mecanic elastic.

**Cuvinte cheie:** solid-rigid cu 6 grade de libertate, legături elastice, moduri proprii de vibrație, simetrie structurală

**Abstract:** The study presents the calculus model and the mathematical model for a 6DOF solid-body used for the dynamic analysis of a vertical cooling tower with an inside axial flow fan. Depending on calculus hypothesis, it was determined some simplified mathematical models which point out the analytical relations between structural and dynamical parameters of the vibrating system.

**Keywords:** 6DOF solid-body, elastic bearings, eigenvalues, eigenfrequencies, structural symmetry

## 1. INTRODUCERE. SISTEMUL DE CONDIȚIONARE A AERULUI CU VENTILATOR AXIAL

Procesarea aerului în vederea încălzii, răcirii, ventilării și climatizării clădirilor de locuit sau cu destinație socială sau funcțională, ținând cont de cerințele esențiale de economie de energie și confort interior (microclimat, nivel de zgomot și vibrații), reprezintă criteriul fundamental pentru ca echipamentele și sistemele aferente să fie considerate ca părți

componente ale construcției careia trebuie să-i asigure funcționalitatea la nivelul parametrilor stabiliți. În acest sens, informațiile și realizările conceptuale din proiectarea și cercetarea în domeniu trebuie să constituie cerințe care să fie aplicate pe direcțiile practice de alegere, proiectare sistematică și montare a echipamentelor de acest tip înglobate în construcții

În figura 1 este prezentată schița de principiu a unui turn de răcire a aerului utilizat în centralele de ventilare și condiționare a aerului din clădirile de locuit sau de utilitate socială. Tipul de turn este cu un singur ventilator axial interior cu axă verticală montat, de obicei, chiar pe acoperișul clădirii. Avantajele acestui tip de răcitor constă mai ales în costurile mai reduse ale ventilatorului și motorului electric de antrenare. Semnificația notațiilor de pe figură este următoarea [1] [2] [3]:

- 1-turn de răcire
- 2-elemente de rezemare antivibratilă
- 3-grilaje de admisie aer de răcire (guri de admisie)
- 4-gură de refulare a aerului de răcire

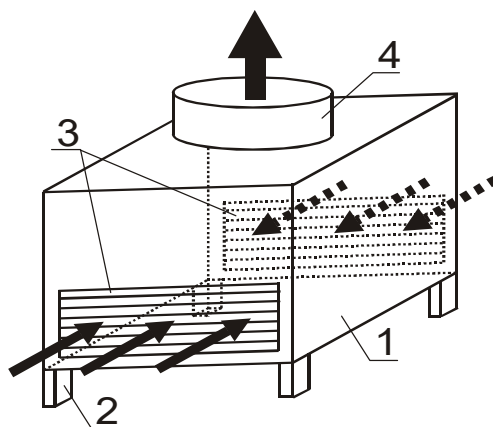


Fig. 1 Turn de răcire cu ventilator axial interior

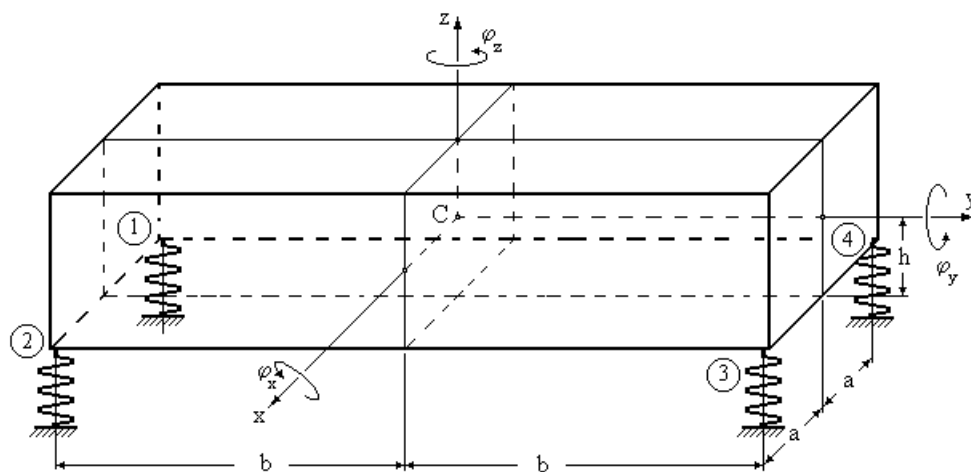


Fig. 2 Turn de răcire - solid rigid 6DOF cu axă verticală de simetrie [4] [5] [6] [7] [8]

## 2. MODELUL FIZIC AL TURNULUI DE RĂCIRE

Pentru modelarea fizică, se consideră că turnul de răcire este un solid rigid cu o formă paralelipipedică și este rezemat elastic sau vâsco-elastic în patru puncte (ca în figura 2 sau figura 3). În acest fel, modelul are șase grade de libertate (6DOF), care, în raport cu sistemul de axe triortogonal central  $Cxyz$ , sunt descrise de 3 translații de-a lungul celor trei axe ( $X, Y, Z$ ) și 3 rotații în jurul celor trei axe ( $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ ) [9] [10] [11] [12]:

- ( $X$ ) - alunecare/derapare laterală
- ( $Y$ ) - înaintare/deplasare longitudinală
- ( $Z$ ) - săltare/înălțare/țopăire
- ( $\varphi_x$ ) - tangaj/galopare
- ( $\varphi_y$ ) - ruluu/legănare
- ( $\varphi_z$ ) - girație/întoarcere

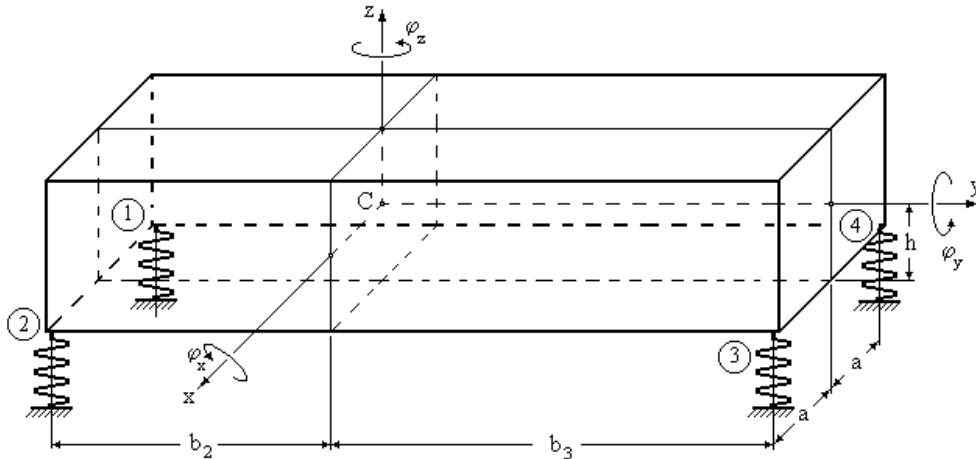


Fig. 3 Turn de răcire - solid rigid 6DOF cu plan vertical-longitudinal de simetrie [4] [5] [6] [7] [8]

## 3. MODELAREA MATEMATICĂ A TURNULUI DE RĂCIRE - ECUAȚIILE DIFERENȚIALE DE MIȘCARE

Pentru ușurința modelării matematice, se consideră că cele patru reazeme elastice sunt identice și axele centrale sunt și principale, caracteristicile inerțiale fiind date de masa  $m$  și momentele de inerție principale  $J_x$ ,  $J_y$  și  $J_z$ . În plus, fără a scădea din gradul de generalitate a abordării, se consideră că rigidul care modelează turnul de răcire poate avea simetrii după o axă verticală ( $Cz$  - figura 2) sau un plan vertical-longitudinal ( $yCz$  - figura 3).

Pentru fiecare caz de simetrie din cele considerate, modelele matematice se determină prin utilizarea ecuațiilor Lagrange de speța a II-a (șase ecuații). Datorită modului de alegere a sistemului de axe și a simetriilor considerate (simetrii structurale, dimensionale și de

rezemare), sistemele de șase ecuații diferențiale de mișcare se decuplează în subsisteme mai simple (cu mai puține ecuații diferențiale de mișcare), ceea ce corespunde din punct de vedere fizic unor mișcări decuplate (în regim liber sau forțat stabilizat) după anumite “direcții”.

Energia cinetică a rigidului cu legături elastice scrisă în raport cu sistemul de axe central și principal  $Cxyz$  este de forma

$$E = \frac{1}{2}m(\dot{X}^2 + \dot{Y}^2 + \dot{Z}^2) + \frac{1}{2}J_x\dot{\phi}_x^2 + \frac{1}{2}J_y\dot{\phi}_y^2 + \frac{1}{2}J_z\dot{\phi}_z^2, \quad (1)$$

unde  $\dot{X}$ ,  $\dot{Y}$ ,  $\dot{Z}$ ,  $\dot{\phi}_x$ ,  $\dot{\phi}_y$  și  $\dot{\phi}_z$  sunt vitezele (de translație, de rotație) după cele trei axe.

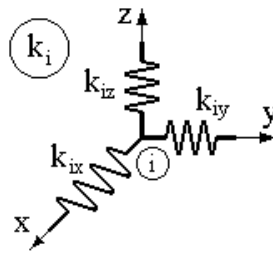


Fig. 4 Legătură elastică triortogonală

Dacă se consideră că legăturile triortogonale sunt caracterizate din punct de vedere elastic de coeficienții  $k_i(k_{ix}, k_{iy}, k_{iz})$   $i = \overline{1,4}$  (ca în figura 4), energia potențială de deformație elastică se poate scrie în funcție de tipul de simetrie după cum urmează:

a) rigid cu axă de simetrie verticală (figura 2)

$$V = \frac{1}{2}4k_x X^2 + \frac{1}{2}4k_y Y^2 + \frac{1}{2}4k_z Z^2 + \frac{1}{2}4(b^2 k_z + h^2 k_y)\varphi_x^2 + \frac{1}{2}4(h^2 k_x + a^2 k_z)\varphi_y^2 + \frac{1}{2}4(a^2 k_y + b^2 k_x)\varphi_z^2 - 4hk_x X\varphi_y + 4hk_y Y\varphi_x \quad (2)$$

b) rigid cu plan de simetrie vertical (figura 3)

$$V = \frac{1}{2}4k_x X^2 + \frac{1}{2}4k_y Y^2 + \frac{1}{2}4k_z Z^2 + \frac{1}{2}4(b^2 k_z + h^2 k_y)\varphi_x^2 + \frac{1}{2}4(h^2 k_x + a^2 k_z)\varphi_y^2 + \frac{1}{2}2[2a^2 k_y + k_x(b_2^2 + b_3^2)]\varphi_z^2 - 4hk_x X\varphi_y - 2k_x(b_3 - b_2)X\varphi_z + 4hk_y Y\varphi_x + 2k_z(b_3 - b_2)Z\varphi_x \quad (3)$$

### 3.1. Modelul matematic al vibrațiilor libere ale rigidului cu axă verticală de simetrie

Datorită simetriilor dimensionale și structurale, cele 6 mișcări ale solidului cu legături elastice se decuplează astfel [13] [14] [15]:

- mișcarea de **derapare** ( $X$ ) cuplată cu mișcarea de **legănare** ( $\varphi_y$ )

$$\begin{cases} m\ddot{X} + 4k_x X - 4hk_x \varphi_y = 0 \\ J_y \ddot{\varphi}_y - 4hk_x X + 4(h^2 k_x + a^2 k_z) \varphi_y = 0 \end{cases} \quad (4)$$

- mișcarea de **înantare** ( $Y$ ) cuplată cu mișcarea de **galopare** ( $\varphi_x$ )

$$\begin{cases} m\ddot{Y} + 4k_y Y + 4hk_y \varphi_x = 0 \\ J_x \ddot{\varphi}_x + 4hk_y Y + 4(b^2 k_z + h^2 k_y) \varphi_x = 0 \end{cases} \quad (5)$$

- mișcarea de **săltare** ( $Z$ ) decuplată (independentă)

$$m\ddot{Z} + 4k_z Z = 0 \quad (6)$$

- mișcarea de **întoarcere** ( $\varphi_z$ ) decuplată

$$J_z \ddot{\varphi}_z + 4(a^2 k_y + b^2 k_x) \varphi_z = 0 \quad (7)$$

### 3.2. Modelul matematic al vibrațiilor libere ale rigidului cu plan de simetrie vertical

Mișcările solidului cu plan de simetrie vertical-longitudinal se decuplează în două subsisteme cu mișcări cuplate astfel [16] [17] [18] [19] [20] [21]:

- mișcarea de **înantare** cuplată cu mișcarea de **săltare** și cu mișcarea de **galopare**

$$\begin{cases} m\ddot{Y} + 4k_y Y + 4hk_y \varphi_x = 0 \\ m\ddot{Z} + 4k_z Z + 2k_z (b_3 - b_2) \varphi_x = 0 \\ J_x \ddot{\varphi}_x + 4hk_y Y + 2k_z (b_3 - b_2) Z + 2[k_z (b_2^2 + b_3^2) + 2h^2 k_y] \varphi_x = 0 \end{cases} \quad (8)$$

- mișcarea de **derapare** cuplată cu mișcarea de **legănare** și cu mișcarea de **întoarcere**

$$\begin{cases} m\ddot{X} + 4k_x X - 4hk_x \varphi_y - 2k_x (b_3 - b_2) \varphi_z = 0 \\ J_y \ddot{\varphi}_y - 4hk_x X + 4(h^2 k_x + a^2 k_z) \varphi_y + 2hk_x (b_3 - b_2) \varphi_z = 0 \\ J_z \ddot{\varphi}_z - 2k_x (b_3 - b_2) X + 2hk_x (b_3 - b_2) \varphi_y + 2[2a^2 k_y + k_x (b_2^2 + b_3^2)] \varphi_z = 0 \end{cases} \quad (9)$$

## 4. MODURILE PROPRII DE VIBRAȚIE

### 4.1. Pulsațiile proprii ale mișcărilor necuplate (independente) ale solidului 6DOF

Pentru determinarea și exprimarea formelor modurilor proprii de vibrație, se definesc pulsațiile proprii ale mișcărilor independente (necuplate) conform tabelului 1 [22] [23].

Tabelul 1

Mișcare	Pulsație proprie mișcări independente	
	Axă verticală de simetrie	Plan vertical-logitudinal de simetrie
(X) alunecare laterală	$p_X = 2\sqrt{\frac{k_x}{m}}$	
(Y) deplasare longitudinală	$p_Y = 2\sqrt{\frac{k_y}{m}}$	
(Z) săltare/înălțare/țopăire	$p_Z = 2\sqrt{\frac{k_z}{m}}$	
( $\varphi_x$ ) tangaj/galopare	$p_{\varphi_x} = 2\sqrt{\frac{b^2 k_z + h^2 k_y}{J_x}}$	$p_{\varphi_x} = 2\sqrt{\frac{(b_2^2 + b_3^2)k_z + 2h^2 k_y}{2J_x}}$
( $\varphi_y$ ) rului/legănare	$p_{\varphi_y} = 2\sqrt{\frac{h^2 k_x + a^2 k_z}{J_y}}$	
( $\varphi_z$ ) girație/întoarcere	$p_{\varphi_z} = 2\sqrt{\frac{a^2 k_y + b^2 k_x}{J_z}}$	$p_{\varphi_z} = \sqrt{\frac{2[2a^2 k_y + (b_2^2 + b_3^2)k_x]}{J_z}}$

#### 4.2. Modurile proprii ale rigidului 6DOF cu axă verticală de simetrie

a) mișcarea de **derapare** ( $X$ ) cuplată cu mișcarea de **legănare** ( $\varphi_y$ )

► coeficienții de cuplaj

$$\alpha_1 = -\frac{4}{m} h k_x \quad \alpha_2 = -\frac{4}{J_y} h k_x \quad (10)$$

► pulsațiile proprii

$$p_{1,2} = \sqrt{\frac{I}{2} \left[ p_X^2 + p_{\varphi_y}^2 \mp \sqrt{(p_X^2 - p_{\varphi_y}^2)^2 + 4\alpha_1 \alpha_2} \right]} \quad (11)$$

► coeficienții de distribuție

$$\mu_{1,2} = -\frac{I}{2\alpha_1} \left[ p_X^2 + p_{\varphi_y}^2 \pm \sqrt{(p_X^2 - p_{\varphi_y}^2)^2 + 4\alpha_1 \alpha_2} \right] \quad (12)$$

► vectorii proprii

$$\underline{v}_1 = \begin{Bmatrix} I \\ \mu_1 \end{Bmatrix} \quad \underline{v}_2 = \begin{Bmatrix} I \\ \mu_2 \end{Bmatrix} \quad (13)$$

**b) mișcarea de înaintare ( $Y$ ) cuplată cu mișcarea de galopare ( $\varphi_x$ )**

► pulsațiile proprii

$$p_{3,4} = \sqrt{\frac{I}{2} \left[ p_Y^2 + p_{\varphi_x}^2 \mp \sqrt{(p_Y^2 - p_{\varphi_x}^2)^2 + 4\beta_1\beta_2} \right]} \quad (14)$$

► coeficienții de cuplaj

$$\beta_1 = -\frac{4}{m} h k_y \quad \beta_2 = -\frac{4}{J_x} h k_y \quad (15)$$

► coeficienții de distribuție

$$\mu_{3,4} = -\frac{I}{2\beta_1} \left[ p_Y^2 + p_{\varphi_x}^2 \pm \sqrt{(p_Y^2 - p_{\varphi_x}^2)^2 + 4\beta_1\beta_2} \right] \quad (16)$$

► vectorii proprii

$$\underline{v}_3 = \begin{Bmatrix} I \\ \mu_3 \end{Bmatrix} \quad \underline{v}_4 = \begin{Bmatrix} I \\ \mu_4 \end{Bmatrix} \quad (17)$$

**c) mișcarea de săltare ( $Z$ ) decuplată (independentă) - pulsația proprie**

$$p_5 = p_Z = 2\sqrt{\frac{k_z}{m}} \quad (16)$$

**d) mișcarea de întoarcere ( $\varphi_z$ ) decuplată (independentă) - pulsația proprie**

$$p_6 = p_{\varphi_z} = 2\sqrt{\frac{a^2 k_y + b^2 k_x}{J_z}} \quad (17)$$

### 4.3. Modurile proprii ale rigidului 6DOF cu plan vertical-longitudinal de simetrie

**a) mișcarea de înaintare cuplată cu mișcarea de săltare și cu mișcarea de galopare**

► ecuația pulsațiilor proprii

$$(p_Y^2 - p^2)(p_Z^2 - p^2)(p_{\varphi_x}^2 - p^2) - (p_Y^2 - p^2)\alpha_1\alpha_2 - (p_Z^2 - p^2)\alpha_3\alpha_4 = 0 \quad (18a)$$

sau

$$p^6 - (p_Y^2 + p_Z^2 + p_{\varphi_x}^2)p^4 + (p_Y^2 p_Z^2 + p_Z^2 p_{\varphi_x}^2 + p_{\varphi_x}^2 p_Y^2 - \alpha_1\alpha_2 - \alpha_3\alpha_4)p^2 - (p_Y^2 p_Z^2 p_{\varphi_x}^2 - \alpha_1\alpha_2 p_Y^2 - \alpha_3\alpha_4 p_Z^2) = 0 \quad (18b)$$

► coeficienții de cuplaj

$$\alpha_1 = -\frac{4}{m}hk_y \quad \alpha_2 = -\frac{4}{J_x}hk_y \quad (19a)$$

$$\alpha_3 = \frac{2}{m}(b_3 - b_2)k_z \quad \alpha_4 = \frac{2}{J_x}(b_3 - b_2)k_z \quad (19b)$$

► coeficienții de distribuție (coeficienții vectorilor proprii)

$$\mu_{2i} = -\frac{\alpha_1\alpha_3}{(p_Y^2 - p_i^2)(p_Z^2 - p_i^2)} \quad \mu_{3i} = \frac{\alpha_1}{p_Y^2 - p_i^2} \quad i = \overline{1,3}, \quad (20)$$

unde  $p_1, p_2, p_3$  sunt pulsațiile proprii ale subsistemului  $(Y, Z, \varphi_x)$ , care se obțin prin rezolvarea ecuației polinomiale (18)

► vectorii proprii

$$\underline{v}_1 = \begin{Bmatrix} I \\ \mu_{21} \\ \mu_{31} \end{Bmatrix} \quad \underline{v}_2 = \begin{Bmatrix} I \\ \mu_{22} \\ \mu_{32} \end{Bmatrix} \quad \underline{v}_3 = \begin{Bmatrix} I \\ \mu_{23} \\ \mu_{33} \end{Bmatrix} \quad (21)$$

**b) mișcarea de derapare cuplată cu mișcarea de legănare și cu mișcarea de întoarcere**  
► ecuația pulsațiilor proprii

$$\begin{aligned} & (p_X^2 - p^2)(p_{\varphi_y}^2 - p^2)(p_{\varphi_z}^2 - p^2) + 2\beta_2\beta_3\beta_6 - \\ & -\beta_5\beta_6(p_X^2 - p^2) - \beta_3\beta_4(p_{\varphi_y}^2 - p^2) - \beta_1\beta_2(p_{\varphi_z}^2 - p^2) = 0 \end{aligned} \quad (22a)$$

sau

$$\begin{aligned} & p^6 - (p_X^2 + p_{\varphi_y}^2 + p_{\varphi_z}^2)p^4 + \\ & + (p_X^2 p_{\varphi_y}^2 + p_{\varphi_y}^2 p_{\varphi_z}^2 + p_{\varphi_z}^2 p_X^2 - \beta_1\beta_2 - \beta_3\beta_4 - \beta_5\beta_6)p^2 - \\ & - (2\beta_2\beta_3\beta_6 - \beta_1\beta_2 p_{\varphi_z}^2 - \beta_3\beta_4 p_{\varphi_y}^2 - \beta_5\beta_6 p_X^2) = 0 \end{aligned} \quad (22b)$$

► coeficienții de cuplaj

$$\beta_1 = -\frac{4}{m}hk_x \quad \beta_2 = -\frac{4}{J_y}hk_x \quad \beta_3 = \frac{2}{m}k_x(b_3 - b_2) \quad (23a)$$

$$\beta_4 = \frac{2}{J_z}k_x(b_3 - b_2) \quad \beta_5 = -\frac{2}{J_y}hk_x(b_3 - b_2) \quad \beta_6 = -\frac{2}{J_z}hk_x(b_3 - b_2) \quad (23b)$$



► coeficienții de distribuție (coeficienții vectorilor proprii)

$$\mu_{2i} = \frac{\beta_5(p_X^2 - p_i^2) - \beta_2\beta_3}{\beta_3(p_{\varphi_y}^2 - p_i^2) - \beta_1\beta_5} \quad \mu_{3i} = \frac{(p_X^2 - p_i^2)(p_{\varphi_y}^2 - p_i^2) + \beta_1\beta_2}{\beta_3(p_{\varphi_y}^2 - p_i^2) - \beta_1\beta_5} \quad i = \overline{4,6}, \quad (24)$$

unde  $p_4, p_5, p_6$  sunt pulsațiile proprii ale subsistemului  $(X, \varphi_y, \varphi_z)$ , care se obțin prin rezolvarea ecuației polinomiale (22).

► vectorii proprii

$$\underline{v}_4 = \begin{Bmatrix} I \\ \mu_{24} \\ \mu_{34} \end{Bmatrix} \quad \underline{v}_5 = \begin{Bmatrix} I \\ \mu_{25} \\ \mu_{35} \end{Bmatrix} \quad \underline{v}_6 = \begin{Bmatrix} I \\ \mu_{26} \\ \mu_{36} \end{Bmatrix} \quad (25)$$

## 5. CONCLUZII

Dinamica vibrațiilor echipamentelor și instalațiilor de încălzire, răcire, ventilare și climatizare a aerului se constituie ca o problemă centrală de analiză, control și găsirea unor soluții adecvate, astfel încât, atât în interior cât și în exteriorul clădirilor, emisiile sonore și nivelul vibrațiilor transmise să fie sub valorile normelor admise, recomandate sau impuse.

Studiul prezentat oferă o analiză pertinentă a vibrațiilor libere a echipamentelor de răcire și ventilare a aerului de tip turn cu ventilator elicoidal interior cu axă verticală. Datorită modului general de abordare, analiza acestui tip de echipament se poate extinde la orice tip de mașină care poate fi modelată ca un rigid cu legături elastice sau cvasielastice cu simetrii de diverse tipuri [24] [25]. Relațiile analitice determinate sunt utile în activitatea de cercetare și proiectare, oferind relații directe de dependență a parametrilor dinamici modali (pulsații proprii, vectori proprii) de caracteristicile structurale, inerțiale și dimensionale.

## BIBLIOGRAFIE

- [1] **N. Drăgan**, *Considerations on the dynamics of the vertical tower chillers with internal axial flow fan*, Annals of the Oradea University, Fascicle of Management and Technological Engineering vol. XI (XXI), nr. 2, 2012
- [2] **N. Drăgan, C.N. Bordea**, *The Dynamics Analysis of the Forced Steady-state for the Vertical Towers Chillers with Internal Axial Flow Fan*, The Annals of "Dunarea de Jos" University of Galati, Fascicle XIV Mechanical Engineering, 2003
- [3] **N. Drăgan, C.N. Bordea, A. Leopa, D. Anghelache**, *The dynamic of the forced steady-state vibrations for the vertical towers chillers with axial flow fan*, Proceedings of "trans & MOTAUTO'05+" Conference Veliko Tarnovo 23-25 November 2005, vol. 3 "Mechanics, dynamics, strenght and reliability. Theory of machines and mechanisms", ISBN 954-9322-11-4, Sofia 2005
- [4] **E.A. Taflan, N. Drăgan**, *Analiza dinamică a sistemelor de condiționare aerului în clădirile de utilitate publică*, Buletinul celui de-al XXIV-lea Simpozion național de utilaje pentru construcții SINUC 2018 (CD), ISSN 2285-9209, ISSN L 2285-9209, 8 iunie 2018, București,
- [5] **N. Drăgan**, *Contribuții la analiza și optimizarea transportului prin vibrații - teza de doctorat*, Universitatea "Dunărea de Jos" din Galați, 2002
- [6] **N. Dragan**, *Dinamica transportoarelor vibratoare inerțiale*, Ed. Impuls, București, 2003

- [7] **P. Bratu, N. Drăgan**, *L'analyse dynamique de l'interaction machine-structure sur la base du modèle équivalent de rigide aux liaisons visco-élastiques*, Analele Universității "Dunărea de Jos" din Galați, Fascicula XIV, 1997
- [8] **P. Bratu, N. Drăgan**, *L'analyse des mouvements désaccouplés appliquée au modèle de solide rigide aux liaisons élastiques*, Analele Universității "Dunărea de Jos" din Galați, Fascicula XIV, 1997
- [9] **P. Bratu**, *Analiza structurilor elastice. Comportarea la acțiuni statice și dinamice*, Ed. Impuls, București, 2011
- [10] **N. Drăgan**, *Theoretical studies regarding the dynamics of the rigid body with elastic bearings and structural symmetries, excited by harmonical forces and couples*, Annals of the Oradea University, Fascicle of Management and Technological Engineering vol. VII (XVII), Section Mechanics, 2008
- [11] **N. Drăgan**, *Theoretical researches about dynamic forces transmitted to the structure through viscous-elastic bearings by the rigid body with symmetries*, Annals of the Oradea University, Fascicle of Management and Technological Engineering vol. VII (XVII), Section Mechanics, 2008
- [12] **N. Drăgan**, *Some considerations about the dynamics of the reinforced concrete bridges modeled as a rigid solid with viscous-elastic bearings*, Annals of the Oradea University, Fascicle of Management and Technological Engineering vol. IX (XIX), nr. 3, 2010
- [13] **A.M. Potîrniche, G.C. Spănu (Ștefan), G.F. Căpățână**, *Analiza dinamică a forțelor transmise fundației de solidul-rigid cu mișcări decuplate*, Sinteze de mecanică teoretică și aplicată, Volumul 10 (2019) nr. 2, 2019
- [14] **N. Dragan**, *Studies on the Mechanical Elastic Systems Dynamics of the Rigid Body with Structural Symmetries. Modal Analysis. Transmitted Forces and Moments*, Proceedings of the 10<sup>th</sup> WSEAS International Conference on AUTOMATION & INFORMATION "ICAI'09", ISBN 978-960-474-064-2, ISSN 1790-5117, Prague, March 23-25 2009
- [15] **N. Drăgan**, *Analiza dinamică a solidului rigid cu simetrii structurale rezemat elastic. Studiu de caz – vibrațiile decuplate ale elementelor din beton armat*, Sinteze de mecanică teoretică și aplicată, Volumul 1 (2010) nr. 2, 2010
- [16] **N. Dragan**, *Aspects regarding the dynamics of the vibrating conveyors modeled as 3DOF elastic systems*, The Annals of "Dunarea de Jos" University of Galati, Fascicle XIV Mechanical Engineering Volume 2 Issue XVIII, 2012
- [17] **N. Dragan**, *The dynamic analysis of the inertial vibrating screens modeled as 3DOF elastic systems*, The Annals of "Dunarea de Jos" University of Galati, Fascicle XIV Mechanical Engineering Volume 2 Issue XVIII, 2012
- [18] **N. Drăgan**, *Les paramètres dynamiques du rigide aux liaisons élastiques excité par des sollicitations déterministes*, Analele Universității "Dunărea de Jos" din Galați, Fascicula XIV, 1997
- [19] **N. Drăgan**, *L'analyse des sollicitations dynamiques transmises à la structure par le solide rigide aux liaisons visco-élastiques*, Analele Universității "Dunărea de Jos" din Galați, Fascicula XIV, 1997
- [20] **N. Drăgan**, *Modal analysis of the solid rigid with structural symmetries and multiple elastic bearings*, Poster presentation on section "Computational Methods and Mathematical Modeling in Vibration Problems", International Conference on Vibration Problems ICovP-2011, 5-8 September 2011, Prague, Czech Republic
- [21] **P. Bratu, N. Drăgan**, *Vibrații mecanice. Aplicații*, Ed. Impuls, București, 1998
- [22] **N. Dragan**, *Modal calculus of the reinforced concrete bridges modeled as a rigid solid beared on viscous elastic neoprene supports*, The Annals of "Dunarea de Jos" University of Galati, Fascicle XIV Mechanical Engineering Volume 2 Issue XVI, 2010
- [23] **L. Sakalauskas, N. Dragan, O. Vasile**, *Studies concerning the optimization of the modal analysis of the Bechtel's viaducts – calculus of natural frequencies and eigenvalues*, Romanian Journal of Acoustics and Vibration, Volume VIII, Issue 1, 2011
- [24] **N. Dragan, I. Dzemyda**, *The innovative concept of dynamic analysis for the movements of the viaduct modeled as solid body with elastic bearings*, Romanian Journal of Acoustics and Vibration, Volume VIII, Issue 1, 2011
- [25] **N. Drăgan**, *Analiza dinamică a podurilor din grinzi de beton armat - determinarea modurilor proprii de vibrație*, Sinteze de mecanică teoretică și aplicată, Volumul 9 (2018) nr. 4, 2018