

CARACTERISTICI DE UZURĂ SPECIFICE CONTACTULUI ROATĂ - ȘINĂ

MODELING WEAR CHARACTERISTICS SPECIFIC TO THE WHEEL-RAIL CONTACT

Iulian ȚURCANU¹, Gabriel POPA², Ion MATEI³,
Victor Mihai POPA⁴, Claudiu-Nicolae BADEA⁵, George DUMITRU⁶

¹Universitatea Politehnica București, Splaiul Independenței nr. 313, București,
România
e-mail: oldiulian@yahoo.co.uk

²Universitatea Politehnica București, Splaiul Independenței nr. 313, București,
România
e-mail: gabi21popa@yahoo.com

^{3,4}Cargo Trans Vagon SA - str. „Vaselor”, no. 34, sectorul 2, București, România
e-mail: matei@tts-group.ro
pvmihai@yahoo.com,

^{5,6}Autoritatea Feroviară Română - Calea Griviței nr. 393, sectorul 1, București,
România
e-mail: badeaclaudiun@gmail.com, george.dumitru.cfr@gmail.com

Rezumat: Acest studiu oferă o soluție referitoare la măsurarea fisurilor apărute în urma contactului dintre roțile vehiculelor feroviare și calea de rulare la contactul cu șinele de cale în urma șocurilor cu percuție care dezvoltă impulsuri mari și cantități apreciabile de energie cinetică. Scopul măsurărilor pe care le-am efectuat constă în măsurarea rezistenței la fisurare prin intermediul analizei tensiunilor apărute la nivelul contactului roată - șină în timpul mersului vehiculelor.

Cuvinte cheie: fisură, tenacitate, șoc cu percuție, solicitare dinamică, tensiune, lunecare.

Abstract: This study provides a solution for measuring fissures caused by contact between the wheels of railway vehicles and the railway tracks in contact with these, due to percussion shocks that develop large pulses and appreciable amounts of kinetic energy. The purpose of the measurements we performed is to measure the crack resistance by analyzing the stresses at the wheel-rail contact while driving vehicles.

Keywords: fissure, toughness, percussion shock, dynamic stress, tension, momentum, slip.

1. INTRODUCERE

În scopul îmbunătățirii caracteristicilor la fisurare a oțelurilor din care sunt confecționate șinele de cale și roțile materialului rulant, am efectuat concomitent și un studiu privind influența particulelor de incluziune în imediata vecinătate a unei fisuri. Astfel, s-a căutat o modalitate de determinare a integralei " J " în cazul propagării fisurilor în modul mixt de solicitare dinamică [1]. În acest sens, problema a pus în evidență modalitatea determinării tenacității la fisurare cunoscută în literatura de specialitate sub titulatura de rezistență la fisurare [2].

2. STUDIU DE CAZ

În cazul apariției unei tensiuni circumferențiale la o distanță ρ , atunci când pe suprafața de contact roată - șină se exercită o forță exterioară F , valoarea tensiunii se determină cu relația (1):

$$\sigma_t = \frac{F}{2\pi}(1-2\nu) \left[\frac{z}{\rho^3} - \frac{1}{\rho(\rho+z)} \right] \Rightarrow \sigma_{tP} = \sigma_{Ic} = \frac{(1-2\nu)F}{4\pi \cdot a^2} \ln \frac{a^2 + c^2}{c^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K_{Ic} = \frac{(1-2\nu)F\sqrt{a \cdot 10^{-6}}}{2\sqrt{2\pi}(a \cdot 10^{-3})^2} \ln \frac{a^2 + c^2}{c^2} \quad (1)$$

unde: ν reprezintă coeficientul Poisson iar K_{Ic} reprezintă tenacitatea la fisurare. Tensiunea trebuie să fie calculată respectând condiția $\rho = z$ și ținând cont de măsurile a și c care reprezintă lungimea semi-diagonalei rămase după contactul cu șoc cu percuție care a provocat fisura în oțel și respectiv semi-lungimea fisurii propagate [3]. Repartiția normală a valorilor determinate pentru mărimea a se calculează ca valoare medie a șirului următor care este o componentă abaterii medii pătratice [4] calculată după măsurătorile efectuate atât pe direcție longitudinală cât și transversală a fisurii propagate (relația 2):

$$\ddot{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a \quad (2)$$

unde: a_i reprezintă valorile alese pentru lungimea semi-diagonalei fisurii propagate iar ε_I este abaterea limită care exprimă produsul dintre abaterea medie pătratică $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ și variabila aleatoare t în care:

$$|a - \ddot{X}| < t(P) \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \ddot{X})^2 \quad (3)$$

unde: $\ddot{X}_{-1} = \frac{X_1 + \dots + X_i + X_{n-1}}{n-1}$, iar: $t^* = \frac{X^* - \ddot{X}_{-1}}{\sigma_{-1}}$ înc are X^* reprezintă o valoare dispartată.

De reținut este faptul că pentru a elimina valorile dispartate în eventualitatea apariției aleatoare a acestora, se evaluează diferențele dintre valoarea medie și valorile extreme măsurate [5]. Pentru calculul rezistenței la fisurare a oțelurilor din care sunt confecționate șinele de cale, se utilizează relația:

$$K_{Ic} = \frac{(1-2\nu) \cdot P\sqrt{a \cdot 10^{-6}}}{2,16 \cdot (a \cdot 10^{-3})^2 \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \ln \frac{a^2 + c^2}{c^2} \quad (4)$$

Dacă fisura în șina de cale se consideră că are lungimea $2a$, atunci energia potențială totală a sistemului [6] va avea valoarea $W_e - L$ unde: W_e reprezintă energia elastică de

deformație iar L este lucrul mecanic total obținut din însumarea eforturilor induse de sarcinile dinamice exterioare sistemului roată - șină considerat, care suferă apariția fisurii și asupra căruia se aplică prezentul studiu de caz [7]. De asemenea, am definit G ca fiind energia potențială totală liberă care este raportată la unitatea de suprafață după propagarea fisurii și care este disponibilă pentru favorizarea avansării acesteia. Această energie potențială totală liberă G este cunoscută în literatura de specialitate ca fiind forța de extensie a fisurii, are expresia redată în relația:

$$G = -\frac{d \cdot (W_e - L)}{da} = \frac{d \cdot (L - W_e)}{da} \Rightarrow G da = dL - dW_e = F dv - d \cdot \left(\frac{1}{2} F v \right) \quad (5)$$

Atunci când forța G de extensie a fisurii atinge valoarea critică G_c , fisura se propagă brusc. Urmare a acțiunii unei solicitări dinamice externe F și presupunând că are loc o propagare a fisurii incipiente cu valoarea da iar v și F variază direct proporțional cu factorii dv și respectiv dF atunci, interacțiunea forței F atrage după sine antrenarea deplasării punctului de aplicație v al solicitării dinamice exterioare propriuzise iar variația lucrului mecanic dL va fi egală cu valoarea $F \cdot dv$. În această situație, variația energiei elastice dW_e a sistemului va fi egală cu $F d[1/2 \cdot F \cdot v]$. Deoarece se consideră că oțelurile din care sunt confecționate aliajele șinelor de cale și ale roților vehiculelor feroviare [8], acționează în domeniul elastic atunci, atât timp cât fisura incipientă nu se propagă, deplasarea v va fi direct proporțională cu forța F . Dacă valoarea forței F aplicate este constantă, atunci lungime fisurii va crește exponențial cu valoarea da iar materialul fisurat se va alungi cu valoarea dv de la v_1 până la v_2 , bilanțul energetic și variația energiei elastice a sistemului [9] în cazul propagării fisurii fiind exprimate de relația:

$$dW_e = \frac{1}{2} d(Fv) = \frac{1}{2} (vdF + Fdv) \quad (6)$$

Cum însă:

$v \cdot dF \approx 0$, atunci rezultă că:

$$dW_e = \frac{1}{2} F dv \quad (7)$$

Dacă $C(a)$ este compilația fisurii care se află într-o relație de dependență discretă cu lungimea fisurii, atunci $C(a)$ reprezintă inversa pantei la asimptota variației exponențiale a fisurii incipiente care se propagă accelerat și este definită de relația:

$$C(a) = \frac{v(a)}{F(a)} \Rightarrow dW_e = \frac{1}{2} F dv = \frac{1}{2} F d(C \cdot F) = \frac{1}{2} F \left(\frac{\partial C}{\partial a} F + \frac{\partial F}{\partial a} C \right) \cdot da \quad (8)$$

Dar: $F = \text{constant}$, de unde rezultă:

$$\frac{\partial F}{\partial a} = 0 \Rightarrow dW_e = \frac{1}{2} F^2 \frac{\partial C}{\partial a} da \Rightarrow dL = F dv = F^2 \frac{\partial C}{\partial a} da \Rightarrow G da = \frac{1}{2} F^2 \frac{\partial C}{\partial a} da \Rightarrow G = \frac{1}{2} F^2 \frac{\partial C}{\partial a} \quad (9)$$

Relația (9) explicitează analitic valoarea cantității de energie disponibilă necesară propagării fisurii incipiente în șina de cale sau în suprafața de rulare a roții vehiculului feroviar considerat [10]. Totodată, efectul interacțiunii solicitării dinamice exterioare cu

valoare constantă $F = \text{constant}$ care acționează asupra sistemului roată - șină, face posibilă o creștere a energiei elastice a sistemului fisurii. În același timp, lucrul mecanic al forțelor exterioare va căpăta o valoare astfel încât variația totală a energiei potențiale $d(-L + W_e)$ va constitui o diminuare, ceea ce transpus faptic se concretizează în utilizarea pe jumătate din cantitatea lucrului mecanic efectuat de sarcinile externe pentru sporirea energiei elastice W_e a sistemului fisurii iar cealaltă jumătate pentru favorizarea propagării fisurii incipiente a sistemului [11]. Dacă deplasarea v este constant nulă adică: $dv = 0$, atunci deformația oțelului șinei de cale și alungirea fisurii sunt predictibile. În această situație, dacă fisura sporește asimptotic exponențial cu valoarea da , atunci efectul forței induse de acțiunea suprasarcinii dinamice exterioare indusă de șocul cu percuție exercitat de roata vehiculului feroviar asupra șinei de cale, se va diminua cu valoarea F_1 la valoarea F_2 , adică: $F_1 < F_2$. În aceste circumstanțe, valoarea lucrului mecanic produs de efectul sumativ al sarcinilor dinamice exterioare care acționează asupra sistemului roată - șină, va căpăta valoarea nulă respectiv: $L = F \cdot dv = 0$ iar energia elastică a sistemului va scădea ca o consecință directă a propagării respectiv a evoluției fisurii, situație în care este explicată analitic cu relația:

$$dW_e = \frac{1}{2} F dv = \frac{1}{2} (vdF + Fdv) \quad (10)$$

De asemenea:

$$Fdv = 0 \Rightarrow dW_e = \frac{1}{2} (vdF) \Rightarrow dF = d \left[\frac{v(a)}{C(a)} \right] = \left(\frac{1}{C} \frac{\partial v}{\partial a} - \frac{v}{C^2} \frac{\partial C}{\partial a} \right) da = -\frac{v}{C^2} \frac{\partial C}{\partial a} da \quad (11)$$

Dar:

$$\frac{\partial v}{\partial a} = 0 \Rightarrow dW_e = -\frac{1}{2} \frac{v^2}{C^2} \frac{\partial C}{\partial a} da \quad (12)$$

De asemenea:

$$v = F \cdot C \Rightarrow dW_e = -\frac{1}{2} F^2 \frac{\partial C}{\partial a} da \Rightarrow G da = dL - dW_e = -\frac{1}{2} F^2 \frac{\partial C}{\partial a} da \quad (13)$$

Totodată:

$$dL = 0 \Rightarrow G = \frac{1}{2} F^2 \frac{\partial C}{\partial a} \quad (14)$$

Ultima relație (14) reprezintă expresia matematică a energiei potențiale libere care este disponibilă pentru favorizarea propagării fisurii în cazul solicitării dinamice exterioare cu valoarea constantă respectiv $F = \text{const.}$ [12]. Drept urmare, se va putea stoca o cantitate de energie elastică fără ca lucrul mecanic exterior să cunoască o variație. Această energie elastică stocată se va diminua într-o anumită măsură ca urmare a propagării fisurii în materialul aliajului de oțel. Dacă se consideră că fisura apare în șina de cale având grosimea fisurii în ciuperca șinei egală cu valoarea b , atunci forța G de extensie a fisurii capătă expresia matematică redată în forma:

$$G \cdot b \cdot da = dL = -dW_e \Rightarrow G = \frac{1}{2} \frac{F^2}{b} \frac{\partial C}{\partial a} \quad (15)$$

Daca factorul k reprezintă rigiditatea sistemului pentru care se consideră că grosimea fisurii este unitară respectiv $b = 1$, atunci forța G de extensie a fisurii se mai poate exprima și astfel:

$$G = \frac{1}{2} F^2 \frac{\partial C}{\partial a} = \frac{1}{2} F^2 \frac{\partial}{\partial a} \left(\frac{1}{k} \right) = -\frac{1}{2k^2} F^2 \frac{\partial k}{\partial a} = -\frac{v}{2} \frac{\partial k}{\partial a} \quad (16)$$

unde:

$$k = \frac{F}{v} = \frac{1}{C} \quad (17)$$

De reținut este faptul că valoarea forței G de extensie a fisurii este independentă de modul de propagare a fisurii de unde rezultă că expresia forței G poate capătă forma redată cu ajutorul relației:

$$G = \frac{1}{2} F^2 \frac{\partial C}{\partial a} = \left(\frac{\partial W_e}{\partial a} \right)_{F=const.} = - \left(\frac{\partial W_e}{\partial a} \right)_{v=const.} \quad (18)$$

Din ultima relație se desprinde concluzia conform căreia în toate cazurile, valoarea forței G de extensie a fisurii reprezintă derivata energiei elastice cu semn schimbat iar în cazul în care $v = const.$, deoarece energia elastică W_e cunoaște un spor în cazul solicitării externe cu valoare constantă și are tendința de diminuare în situația deplasării constante [13]. Și în acest caz, solicitarea externă de încărcare cu valoare constantă, conduce la o dependență direct proporțională între energia necesară propagării fisurii și lucrul mecanic exterior care cunoaște valoarea $L = (1/2) \cdot F \cdot dv$ care este de asemenea într-o dependență directă cu variația energiei elastice acumulate în sistemul fisurii [11]. În cazul deplasării constante a punctului de aplicație al forței cauzate de acțiunea solicitării dinamice exterioare, energia necesară propagării fisurii va depinde în mod direct de diminuarea energiei elastice acumulate anterior în sistemul fisurii și deci, invers proporțional va evolua în funcție de valoarea acestei energii elastice, ca urmare a efectelor induse de acțiunea forței exterioare F . Totodată, de remarcat este și faptul că expresia forței G de extensie a fisurii, nu depinde de constantele elastice ale materialului aliajului de oțel al șinei de cale sau de geometria contactului roată - șină, însă depinde în mod direct de modul de evoluție ulterioară a sistemului ca urmare a dependenței de factorul complianței C , ținând cont și de faptul că termenul $G \cdot da$ reprezintă energia disponibilă pentru ca propagarea fisurii să atingă valoarea critică $G_c \cdot da$. Valoarea critică a forței de extensie a fisurii mai poate fi determinată și în funcție de cunoașterea variației complianței în funcție de lungimea fisurii cu valoarea $\partial C / \partial a$. În acest sens, pentru a putea determina valoarea funcției de complianță $C(a)$ este necesară dar nu și suficientă determinarea variației $F(v)$ succesiv prin mai multe încercări consecutive, diferențiindu-se doar lungimea fisurii [15]. Fiecare astfel de încercare se caracterizează printr-o anumită complianță care are expresia matematică de forma $C = v / F$, unde: v reprezintă deplasarea punctelor de aplicație ale forței exterioare F . În cazul unei încercări a sistemului având o fisură cu lungimea a , supusă la solicitarea dinamică externă cu valoarea forței critice F_c care conduce la ruperea șinei de cale, atunci, cu valorile obținute pentru $(\partial C / \partial a)_{a=a_{cr}}$ și F_c se obține valoarea critică G_c a energiei disponibile pentru ca fisura existentă să se propage catastrofal

până la producerea fenomenului de rupere a șinei, concluzionându-se astfel că fisura incipientă a fost una cu un caracter instabil [16]. De asemenea, pentru determinarea prin metoda complianței a tenacității oțelului din care a fost confecționată șina de cale, este primordial necesară determinarea dependenței dintre valoarea forței F a suprasarcinii dinamice care acționează asupra sistemului fisurii incipiente și deplasarea v a punctului de aplicație al acestei forțe la deschiderea flancurilor fisurii [17]. Astfel, complianța se va determina ca fiind o funcție dependentă direct de raportul F/v și se va putea determina astfel și valoarea forței la care fisura incipientă începe să se propage, unde: $F = P_Q$ în acest sens, în decursul evoluției unei fisuri incipiente în timpul propagării sale, se poate determina variația lungimii fisurii în decursul solicitărilor dinamice exterioare de natură ciclică (figura 1).

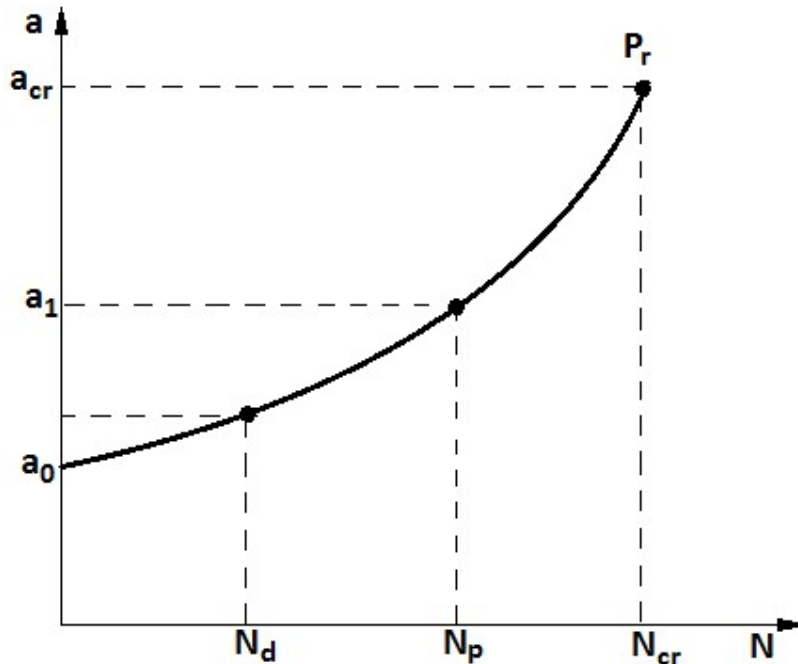


Fig. 1. Curbele de variație ale fisurii

În figura 1 notațiile utilizate reprezintă: P_r - punctul de rupere, N_p este numărul de cicluri necesar, a_0 este lungimea inițială a fisurii incipiente, a_{cr} este lungimea critică la care se produce fenomenul de rupere a șinei de cale iar N_{cr} reprezintă numărul de cicluri necesar pentru propagarea până la limita de rupere a unei fisuri incipiente care are lungimea a_0 . Notabil este și faptul că unul dintre parametrii de bază prin care se apreciază ruperea la oboseală este viteza $[da/dN]$ de propagare a fisurii care în esență reprezintă derivata lungimii măsurată de-a lungul direcției de propagare a fisurii în decursul unui ciclu de solicitare externă. Totodată, viteza $[da/dN]$ de propagare a fisurii depinde de lungimea fisurii inițiale și de nivelul ori de amplitudinea tensiunii aplicate. Acestea două din urmă sunt mărimi de natură să influențeze expresia factorului K de intensitate a tensiunii, în a cărei ecuație de definiție, intervin cu implicații într-un spor de creștere a vitezei de propagare a fisurii cauzate de fenomenul de oboseală urmată de procesul catastrofal de rupere a șinei de cale ferată. Drept consecință, viteza de propagare a fisurii cauzată de fenomenul de oboseală poate fi corelată astfel cu variația factorului de

intensitate a tensiunii ΔK a cărei expresie matematică are următoarea relație:

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K) \quad (19)$$

Viteza de propagare a fisurii se degenează pe măsură de apropierea aceștia de valoarea ΔK_p de prag a factorului de intensitate a a tensiunii iar la o amplitudine a solicitării dinamice externe mai mare decât valoarea de prag, factorul da/dN cunoaște o evoluție asimptotică accelerată în raport cu factorul ΔK de intensitate a tensiunii. Astfel, deplasarea ciclică raportată la deschiderea $\Delta\delta_t$ de la vârful fisurii indusă de variația ΔK de intensitate a tensiunii, este aproximativ egală cu viteza da/dN de propagare a fisurii respectiv:

$$\frac{da}{dN} \approx \Delta\delta_t = \beta \frac{(\Delta K)^2}{\sigma_0 E_1} \quad (20)$$

unde: σ_0 reprezintă limita de curgere ciclică a oțelului din care este confecționată șina de cale, β este un coeficient determinat în funcție de deformația specifică la curgere și de coeficientul de ecrusare ciclică iar:

$$E_1 = \frac{E}{1 - \nu^2} \quad (21)$$

De asemenea, propagarea fisurii prin oboseală se produce atunci când raportul dintre amplitudinea medie a deformației specifice plastice γ_m^{-P} și deformația specifică plastică la ruperea statică γ_r^P este unitară, expresia matematică pentru calculul determinist fiind definită cu relația:

$$\int_0^N 4 \left(\frac{\gamma_m^{-P}}{\gamma_r^P} \right) dN = 1 \quad (22)$$

unde: k reprezintă o constantă a cărei valoare poate fi egală cu 1 sau cu 2.

CONCLUZII

Calcululele deterministe referitoare la propagarea fisurilor s-au făcut doar în considerentele oțelurilor elastice din perspectiva strictă a solicitărilor de încărcare cvasistatice. De asemenea, mai trebuie ținut cont și de faptul că dispersia particulelor în matricea materialului de bază a oțelului șinei de cale, este una absolut aleatoare. Drept consecință, în cazul unei micro-fisuri preexistente în oțelul șinei de cale ferată, încă din turnarea prin laminare a acesteia, aceasta se va propaga în așa fel încât vârful fisurii va ajunge în imediata vecinătate a unei particule de incluziune ale cărei caracteristici de material sunt de natură să îi confere un profund caracter mai ductil, comparativ cu materialul de bază al oțelului șinei de cale iar tensiunea la vârful acestei fisuri va fi întotdeauna mai mare față de cazul absenței particulei de incluziune. În această situație, există un factor suplimentar favorizant pentru propagarea în continuare a fisurii incipiente.

Corelarea valorilor rezultatelor obținute în urma impactului reprezentat de contactul cu soc de percuție dintre roata vehiculului feroviar și șina de cale, se poate face ținând cont de secvența posibilă determinând câmpul de tensiuni în funcție de valoarea sarcinii exterioare aplicate și de condițiile de elasticitate precum și de caracteristicile de curgere plastică a oțelurilor din care sunt confecționate șinele de cale și roțile vehiculului considerat. De asemenea, trebuie ținut cont de faptul că tensiunea maximă care apare ca urmare a efortului

descrie de suprasarcina dinamică aplicată la nivelul contactului dintre roată și șină, se stabilește la interfața dintre zona elastică și cea plastică. Această tensiune maximă mai depinde și de populația imperfecțiunilor de suprafață ale oțelurilor precum și de absența rostogolirii pure a roților, atunci când apare fenomenul de alunecare al acestora cu patinarea vehiculului în calea de rulare..

BIBLIOGRAFIE

- [1] **A. Neacsă, D.B. Stoica, N.N. Antonescu**, „*Studies on the use of implemented databases on web platforms in order to verify machines compatibility with working conditions*”, Journal of the Balkan Tribological Association 18 (4), 2014.
- [2] **G. Popa, CN. Badea, M. Vălu, C. Badea, M. Dumitru, G. Dumitru**, „*Aderența osiilor motoare ale vehiculelor feroviare*”, Sinteze de Mecanică Teoretică și Aplicată, vol. 10, (3), pp. 193-202, 2019.
- [3] **I. Sebeșan**, „*Dinamica Vehiculelor Feroviare*”, Editura MatrixRom, București 2011.
- [4] **N. Louam, D.A. Wilson, R.S. Sharp**, „*Optimal Control of A Vehicle Suspension Incorporating The Time Delay Between Front And Rear Wheel Inputs*”, Vehicle System Dynamics, vol. 17, 1988, pp. 317-336.
- [5] **H.I. Andrews**, „*Railway Traction*”, Elsevier Science Publishers Company Inc. 1986.
- [6] **A. Neacsă, N.N. Antonescu, D.B. Stoica**, „*Software Applications for Complex Technological Systems Reliability*”, Journal of the Balkan Tribological Association 15 (1), 45-51, 2009.
- [7] **A.H. Wickens**, „*The Dynamic Stability of Railway Vehicle Wheelsets and Bogies Having Profiled Wheels*”, International Journal of Solids and Structures. vol. 1, 1965, pp. 319-341.
- [8] **A. Neacsă, N.N. Antonescu, D.B. Stoica**, „*Modern Solutions for Selecting the Corresponding Machinery Dedicated to Technological Applications*”, Journal of the Balkan Tribological Association 15 (4), 474-479, 2009.
- [9] **N.N. Antonescu, M.I.A. Naboulsi, M.G. Petrescu, A. Neacsă**, „*Behaviour of Metal-Rubber Couplings or any other Plastic Materials in Translational Motion under Wear Generating Conditions*”, Journal of the Balkan Tribological Association 12 (4), 412, 2006.
- [10] **W. Zhang, J. Chen, X. Wu, X. Jin**, „*Wheel/rail adhesion and analysis by using full scale roller rig*”, Wear 253 (2002), pp. 82–88.
- [11] **T.M. Beagley, I.J. McEwen, C. Pritchard**, „*Wheel/rail adhesion - The influence of railhead debris*”, Wear 33 (1975), pp. 141-152.
- [12] **I. Sebeșan, D. Băiașu**, „*Modele mecanice în dinamica vehiculelor feroviare*”, Editura Academiei Române, București 2014.
- [13] **W.L. Brogan**, „*Modem Control Theory*”, Prentice- Hall Inc. 1982, Second Edition.
- [14] **J.J. Kalker**, „*Review of wheel-rail rolling contact theories the general problem of rolling contact*”, Applied Mechanics Division, vol. 40, 1980, pp. 77-92.
- [15] **V. Misun**, „*Simulation of the Interaction Between Vehicle Wheel and the Unevenness of Road Surface*”, Vehicle System Dynamics, Vol. 19, 1990, pp. 237-253.
- [16] **I. Sebeșan, T. Mazilu**, „*Vibrațiile vehiculelor feroviare*” (“Vibrations of the Railway Vehicles”), Editura Matrix Rom, București, 2010.
- [17] **C.N. Badea, A. Badea, M. Bolânu, D.M. Balint, G. Dumitru**, „*Calculul forței de frânare rapidă necesară opririi trenului de mare viteză seria 401-Erste Ice*”, Sinteze de Mecanică Teoretică și Aplicată, vol 7, (4), pp. 349-360, 2016.