

**ANALIZA APARIȚIEI REZONANȚELOR LA MODIFICAREA
PARAMETRILOR DE RIGIDITATE AI TERENULUI
LA COMPORTAREA DINAMICĂ
RESONANCE ANALYSIS WHILE CHANGING THE SOIL DYNAMIC RIGIDITY
PARAMETERS**

Prof.dr.ing. Polidor BRATU¹, Asist.dr.ing. Ovidiu VASILE²

¹ Universitatea “Dunărea de Jos” din Galați, Romania

E-mail: polidor.bratu@ugal.ro

² Universitatea Politehnica din București, Romania

E-mail: ovidiu_vasile2002@yahoo.co.uk

Rezumat: În articol autorii prezintă influența rigidității terenului asupra frecvențelor proprii ale mașinilor de compactat prin vibrare.

Au fost determinate experimental rigiditatea terenului pentru diferite tipuri de soluri, folosind două mașini diferite de compactare.

Cuvinte cheie: rigiditatea terenului, mașini de compactare

Abstract: In the article the authors presents the influence of soil stiffness upon the own frequency of the soil compacting machines.

It has been experimentally determined the soil stiffness for different types of soils, using two different compacting machines.

Keywords: soil stiffness, compacting machines

Mașinile autopropulsate de compactat prin vibrare sunt destinate tehnologiilor de compactare a sistemelor rutiere, canalelor, barajelor, digurilor, precum și a fundațiilor speciale. Aceste mașini, de o construcție mai deosebită, trebuie să răspundă simultan la două deziderate opuse și anume: generarea vibrațiilor de lucru la unul din rulouri, pentru realizarea compactării dinamice, pe de o parte, și izolarea vibrațiilor transmise la șasiul mașinii, pe de altă parte.

Mașinile din această categorie conțin două trepte de izolare și amortizare a vibrațiilor, pe baza utilizării elementelor antivibratibile din cauciuc. Prezența celor două trepte de amortizare cât și forma constructivă adoptată, constituie particularități originale ale mașinilor noastre de compactat prin vibrare, în raport cu cele executate pe plan mondial.

În vederea analizei modului de realizare a parametrilor vibrațiilor de lucru la organul de compactat și a vibrațiilor cu nivel cât mai scăzut la celelalte subansamble, pentru o anumită formă constructivă, este necesară studierea influenței rigidității terenului de compactat asupra pulsațiilor proprii ale mașinii. În acest sens, lucrarea prezintă variația pulsațiilor proprii în funcție de categoria de teren pentru două forme constructive de utilaje CVA 5 și CVA 10.

1. MODELUL DINAMIC

Se consideră modelul real al unui compactor vibrator autopropulsat (Fig.1) compus din următoarele elemente: 1 – ruloul vibrator; 2 – șasiul anterior; 3 – prima treaptă elastică de izolare a vibrațiilor;

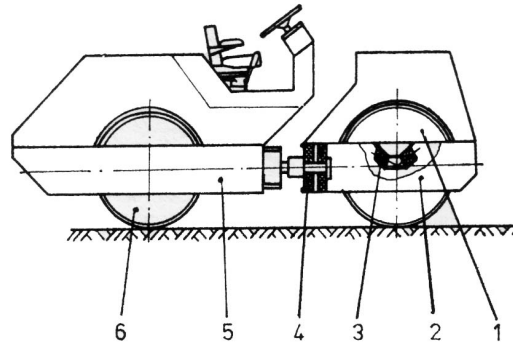


Fig. 1

4 – a doua treaptă de izolare a vibrațiilor; 5 – șasiul posterior; 6 – ruloul posterior, care este și de tracțiune. Având în vedere gradul ridicat de simetrie al mașinii față de planul longitudinal median, construcția simetrică a șasiului anterior față de axa ruloului vibrator și gradul de identitate, calitativ, cât mai ridicat al elementelor antivibratiele din cauciuc, mașina poate fi modelată ca în figura 2. Se observă că sistemul se caracterizează prin patru grade de libertate, iar cele două trepte de izolare a vibrațiilor, precum și mediul compactat au fost modelate numai ca elemente elastice, deoarece valorile pulsațiilor proprii, în acest caz, sunt afectate cu o abatere de cca 5%, față de modelarea vâscoelastică de tip Voigt-Kelvin.

Elementele masice ale mașinii schematizate în Fig. 2, sunt: m_1 – masa ruloului vibrator din față; m_2 – masa șasiului anterior; m, J – masa respectiv momentul de inerție masic față de centrul de greutate C , ale șasiului posterior; m_s – masa ruloului de tracțiune pentru deplasarea mașinii din spate. De asemenea, s-au utilizat notațiile k_2, k_3 , pentru coeficienții de rigiditate echivalenți ai celor două trepte de izolare și k_1, k_4 , pentru coeficienții de rigiditate ai terenului (mediului de contact), corespunzător suprafeței de contact la ruloul anterior și respectiv posterior.

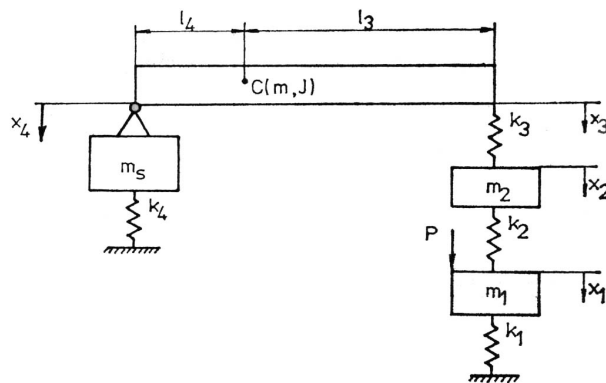


Fig. 2

2. ECUAȚIILE DIFERENȚIALE DE MIȘCARE

Pentru modelul dinamic din Fig. 2, se poate scrie energia cinetică sub forma:

$$2T = m_1 \dot{x}_1^2 + m_2 \dot{x}_2^2 + m_3 \dot{x}_3^2 + m_4 \dot{x}_4^2 + 2_{34} \dot{x}_3 \dot{x}_4 \quad (1)$$

în care:

$$m_3 = \frac{ml_4^2 + J}{l^2} - \text{masa redusă a șasiului posterior pentru punctul de rezemare 3.}$$

$$m_4 = \frac{ml_3^2 + J}{l^2} + m_s - \text{masa redusă a șasiului posterior față de punctul de rezemare 4,}$$

însumată cu masa m_s a ruloului posterior de tracțiune.

$$m_{34} = \frac{ml_3 l_4 - J}{l^2} - \text{masa redusă a șasiului posterior.}$$

Utilizând relația matriceală și produsul scalar în spații Hilbert, forma pătratică (1) poate fi scrisă astfel:

$$2\mathbf{T} = \langle \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{M}\dot{\mathbf{x}} \rangle \quad (2)$$

unde:

$$\dot{\mathbf{x}} - \text{vectorul vitezelor, având } \dot{\mathbf{x}}^T = [\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3, \dot{x}_4]$$

\mathbf{M} - matricea de inerție.

Matricea de inerție este pozitiv definită, simetrică, nesingulară și are forma:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & m_{34} \\ 0 & 0 & m_{34} & m_4 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Energia potențială de deformare a sistemului elastic, considerată față de poziția de echilibru static, are expresia:

$$2\Pi = k_1 x_1^2 + k_2 (x_1 - x_2)^2 + k_3 (x_2 - x_3)^2 + k_4 x_4^2 \quad (4)$$

În notație matriceală forma pătratică (4) poate fi scrisă astfel:

$$2\Pi = \langle \mathbf{u}, \mathbf{K}_0 \mathbf{u} \rangle \quad (5)$$

în care:

$\mathbf{K}_0 = \text{DIAG}(k_1, k_2, k_3, k_4)$ matricea coeficienților de rigiditate

\mathbf{u} – vectorul deformațiilor elementelor elastice, având

$$\mathbf{u}^T = [u_1, u_2, u_3, u_4]$$

Componentele vectorului \mathbf{u} sunt determinate de deplasările x_j , $j=1..4$, ale sistemului mecanic astfel:

$$\begin{aligned} u_1 &= x_1, \\ u_2 &= x_1 - x_2, \\ u_3 &= x_2 - x_3, \\ u_4 &= x_4. \end{aligned}$$

Legătura dintre deplasări și deformații se realizează cu transformarea liniară

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (6)$$

unde:

\mathbf{A} - matricea de influență a deplasărilor asupra deformațiilor.

\mathbf{x} - vectorul deplasărilor, având $\mathbf{x}^T = [x_1, x_2, x_3, x_4]$.

Matricea \mathbf{A} are următoarea structură:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Folosind relația (6), forma pătratică (5) poate fi exprimată în coordonatele vectorului deplasare \mathbf{x} .

$$2\Pi = \langle \mathbf{A}\mathbf{x}, \mathbf{K}_0\mathbf{u} \rangle \quad (8)$$

Dacă se consideră H un spațiu Hilbert, atunci pentru orice operator liniar continuu V există un singur operator liniar continuu V^* , numit operator adjunct, astfel încât are loc identitatea:

$$\langle Vx, y \rangle = \langle x, V^*y \rangle \quad \text{pentru orice } x, y \in H$$

și egalitatea

$$|V| = |V^*|$$

În acest caz pe spațiul Hilbert H se poate considera matricea $\mathbf{A} = (a_{ij})$ ca un operator liniar continuu, având ca operator adjunct matricea $\mathbf{A}^T = (a)$ ca urmare, relația (8) se scrie sub forma:

$$2\Pi = \langle \mathbf{x}, \mathbf{A}^T \mathbf{K}_0 \mathbf{u} \rangle \quad (9)$$

și ținând seama de relația (6), avem

$$2\Pi = \langle \mathbf{x}, \mathbf{A}^T \mathbf{K}_0 \mathbf{A} \mathbf{x} \rangle \quad (10)$$

Notăm cu $\mathbf{K} = \mathbf{A}^T \mathbf{K}_0 \mathbf{A}$ și vom avea în final:

$$2\Pi = \langle \mathbf{x}, \mathbf{K}\mathbf{x} \rangle \quad (11)$$

Folosind ecuațiile lui Lagrange de speța a doua, pentru cazul elastic și în absența forțelor perturbatoare se obține ecuația diferențială a mișcării sub forma:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = 0 \quad (12)$$

Pentru ecuația diferențială (12) se caută soluții de forma:

$$\mathbf{x} = \text{Re}\{\mathbf{a}e^{ipt}\} \quad (13)$$

unde:

\mathbf{a} – vectorul – coloană al amplitudinilor necunoscute, pentru care $\mathbf{a}^T = [a_1, a_2, a_3, a_4]$

p – pulsația proprie.

Din (12) și (13) rezultă sistemul de ecuații algebrice de forma:

$$(\mathbf{K} - p^2\mathbf{M})\mathbf{a} = 0 \quad (14)$$

Este necesar ca relația (14) să fie satisfăcută de vectorul \mathbf{a} și scalarul p , deci rezolvarea problemei de valori proprii și vectori proprii referitoare la matricele pătratice \mathbf{K} și \mathbf{M} de dimensiune 4×4 .

Prin utilizarea unui program de calcul în MATLAB, a fost posibilă determinarea pulsațiilor proprii p_1, p_2, p_3, p_4 și a vectorilor proprii, pentru diverse categorii de teren, diferențiate între ele prin coeficientul de rigiditate, în condițiile a două tipuri constructive de compactoare vibratoare.

3. RIGIDITATEA TERENULUI (MEDIULUI COMPACTAT)

Necesitatea de a evalua cât mai precis influența terenului asupra parametrilor vibrațiilor utilajului, a condus la adaptarea mai multor modele mecanice pentru pământuri. Astfel, modelele cunoscute iau în considerație principalele proprietăți ale pământurilor cum ar fi: elasticitatea, plasticitatea, amortizarea vâscoasă și frecarea uscată. În acest sens au fost utilizate următoarele modele pentru pământuri: Voigt – Kelvin, Bathelt P – E, Ephremides, Dvorak și Peter, Hartmann, Maxwell. Acestea sunt modele compuse mixte pe baza următoarelor modele simple: Hooke, Newton, Saint-Venant și Bethelt P.

Având în vedere că presiunea efectivă de lucru, la utilajele din această clasă, este max. $1,5 \text{ daN/cm}^2$ (pentru a se evita înfundarea în material) și amplitudinea mică ($0,25 - 1,5$) mm a vibrațiilor de lucru, experiența a arătat [1], [2], [8], că pentru modelele amintite se poate reține, ca preponderentă, proprietatea de elasticitate a pământului.

La acestea se mai adaugă și faptul că regimul de lucru al acestor mașini este postrezonanța, justificat de faptul că aici amplitudinea ruloului compactor este constantă, iar amplitudinea vibrațiilor transmise la celelalte subansamble ale mașinii este mică.

Ca urmare, se va ține seama numai de deformațiile elastice reversibile și în acest caz se poate scrie, [4], [9]:

$$k = C_z \cdot S \quad (15)$$

unde:

K – coeficientul de rigiditate al pământului;

C_z – coeficientul de contracție elastică uniformă, corespunzător suprafeței de contact cu aria S ;

S – aria suprafeței de contact dintre rulou și teren (mediu de compactat).

Suprafața echivalentă de contact este asimilată ca pentru o placă dreptunghiulară pentru care avem [4], [9]:

$$C_z = x_z \frac{E}{1 - \mu^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{S}} \quad (16)$$

unde:

x_z – coeficientul ce ține seama de raportul între dimensiunile plăcii;

E – modulul de elasticitate al pământului;

μ – coeficientul lui Poisson.

Coeficientul de rigiditate k^* , determinat pe cale experimentală, corespunzător unei suprafețe de contact dreptunghiulară (placă de probă) cu aria S^* , va avea expresia:

$$k^* = x_z \frac{E}{1 - \mu^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{S^*}}, \quad (17)$$

iar coeficientul de rigiditate k pentru suprafața reală de contact cu aria S , va fi:

$$k = x_z \frac{E}{1 - \mu^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{S}}. \quad (18)$$

Din relațiile (17) și (18) rezultă, valoarea lui k funcție de coeficientul k^* determinat experimental, astfel:

$$k = k^* \sqrt{\frac{S}{S^*}} \quad (19)$$

Experimentările din cadrul ICECON au fost efectuate cu ajutorul unei plăci de probă cu aria $S^* = 900 \text{ cm}^2$, pe care se află solidarizat un excitator electrodinamic alimentat de la un generator cu frecvență variabilă. De asemenea, aceste rezultate au fost comparate și cu cele obținute la noi în țară [5] și pe plan mondial [9]. În tabelul 1, se dau valorile coeficienților de rigiditate determinați în regim dinamic pentru patru categorii de teren (mediu compactat) și pentru două tipuri diferite de compactoare vibratoare.

Tabelul 1

Natura terenului de compactat	Coeficientul de rigiditate 10°K, [N/m]	
	CVA 5	CVA 10
Pământ nisipos cu pietriș sort (3-7) mm, afânat.	20,0	44,0
Pietriș sort (7-15) mm, afânat. Nisip fin argilos, afânat.	30,0	67,5
Nisip cu granulație medie și ușor argilos, afânat.	40,0	90,0
Nisip cu granulație medie până la mare și pietriș (7-15) mm precompactat Argilă cu pietriș, compactă.	52,0	120,0

4. REGIUNILE DE REZONANȚĂ

Utilizând coeficienții de rigiditate corespunzători categoriilor de teren din tabelul 1, au fost calculate pulsațiile proprii pentru compactorul vibrator autopropulsat CVA 5, iar valorile sunt prezentate în tabelul 2.

Tabelul 2

Coeficientul de rigiditate $10^6 K$, [N/m]	Pulsațiile proprii, [s ⁻¹]			
	p_1	p_2	p_3	p_4
20	24,13	62,22	132,76	161,89
30	24,45	62,66	162,29	194,71
40	24,61	62,87	187,23	222,82
50	24,72	63,01	213,36	352,48
Coeficientul de rigiditate echivalent pentru treapta: I-a, $k_2 = 2,132 \cdot 10^6$ N/m ...a II-a, $k_3 = 2,00 \cdot 10^6$ N/m				

În mod similar au fost calculate pulsațiile proprii pentru compactorul vibrator autopropulsat CVA 10, în condițiile a două valori diferite ale coeficientului de rigiditate echivalent pentru treapta a doua elastică. Valorile pulsațiilor proprii, în acest caz sunt precizate în tabelele 3 și 4.

Tabelul 3

Coeficientul de rigiditate $10^6 K$, [N/m]	Pulsațiile proprii, [s ⁻¹]			
	p_1	p_2	p_3	p_4
44,0	13,21	85,32	109,67	165,95
67,5	13,30	86,36	134,91	203,14
90,0	13,34	86,72	155,40	233,37
120,0	13,37	86,95	179,30	268,48
Coeficientul de rigiditate echivalent pentru treapta: I-a, $k_2 = 2,42 \cdot 10^6$ N/m ...a II-a, $k_3 = 3,04 \cdot 10^6$ N/m				

Tabelul 4

Coeficientul de rigiditate $10^6 K$, [N/m]	Pulsațiile proprii, [s ⁻¹]			
	p_1	p_2	p_3	p_4
44,0	15,32	121,70	129,95	166,45
67,5	15,46	121,98	141,01	203,25
90,0	15,52	122,75	158,31	233,42
120,0	15,57	122,07	181,07	268,50
Coeficientul de rigiditate echivalent pentru treapta: I-a, $k_2 = 2,42 \cdot 10^6$ N/m ...a II-a, $k_3 = 8,70 \cdot 10^6$ N/m				

5. CONCLUZII

Mașinile de compactat prin vibrație, de tipul cilindrilor compactori vibratorii cu două rulouri, dintre care cel din față vibrator, iar cel din spate, pentru deplasare, schematizate prin modelul dinamic cu patru grade de libertate (Fig. 2), funcționează în regim de postrezonanță

($\omega > p_4$). Pentru aceasta este necesară analiza regimului de funcționare în raport cu rigiditatea mediului compactat. Astfel, se subliniază următoarele:

- a) – coeficienții de rigiditate ai terenului, introduși în calcul, trebuie să fie determinați experimental ținând seama de aria suprafeței de contact dintre ruloul compactor și teren;
- b) – categoriile de teren prezentate în tabelul 1, lasă neschimbate primele două pulsații proprii, conducând la modificări importante ale pulsațiilor p_3 și p_4 .

Având în vedere faptul că pulsația ω a forței perturbatoare, necesară vibrațiilor de lucru, este cuprinsă în intervalul (180-314) s^{-1} , rezultă că regimul vibrațiilor forțate trebuie ales astfel încât, pentru fiecare material de compactat, să se poată atinge funcționarea în regim de postrezonanță, ($\omega > p_4$).

BIBLIOGRAFIE

- [1] **Bărdescu, I.**, *Studiul vibrațiilor la plăcile vibratoare pentru compactarea pământurilor*, Teză de doctorat. Institutul de Construcții, București, 1971.
- [2] **Bratu, P., St.** cerc. mec. apl., nr. 3, tom 35, 1975.
- [3] **Bratu, P.**, Revista Construcții, nr. 4, 1975.
- [4] **Buzdugan, Gh.**, *Dinamica fundațiilor de mașini*, București, Ed. Academiei R.S.R., 1968.
- [5] **Buzdugan, Gh., Radeș, M.**, Revista Construcții, Nr. 6, 1977.
- [6] **Catoire, B.**, Construction, mai 1966.
- [7] **Forsblad, L., Gessler, S.**, *Vibrocompactarea solului, a umpluturii de piatră și a îmbrăcăminților asfaltice*, București, Simpozion firma Dynapac, 1976.
- [8] **Mihăilescu, Șt., Vlasiu, Gh.**, *Mașini de construcții și procedee de lucru*, București, Ed. Didactică și pedagogică, 1973.
- [9] **Mohsin, S.H.**, *Baumaschine und Bautechnik*, nr. 10, 1966.
- [10] **Radeș, M.**, *Metode dinamice pentru identificarea sistemelor mecanice*, București, Ed. Academiei R.S.R., 1979.
- [11] **Radeș, M.**, *Determinarea caracteristicilor dinamice ale materialelor și structurilor*, Lucrările conferinței “Vibrații în construcția de mașini”, Timișoara, 1975.
- [12] **Stanciu, C., Welter, L., Bratu, P.**, *Studiul parametrilor dinamici ai cilindrilor compactori vibratorii și autopropulsați*, Lucrările conferinței “Vibrații în construcția de mașini”, Timișoara, 1975.