

VIBRAȚIILE UNUI TANDEM DE ROȚI PE ȘINĂ

TANDEM OF WHEELS/RAIL VIBRATION

Conf. univ. dr. ing. Traian MAZILU, Asist. drd. ing. Camil CRĂCIUN

Universitatea POLITEHNICA din București
Str. Splaiul Independenței, 313, sector 6, Romania
e-mail: trmazilu@yahoo.com, craciun_camil@yahoo.com

Rezumat: *Lucrarea se ocupă cu studiul vibrațiilor unui tandem de roți care se deplasează pe o șină în prezența neregularităților suprafețelor de rulare pentru a analiza cuplajul elastic datorită undelor de încovoiere care se propagă prin șină. Pentru aceasta, este utilizat modelul șinei pe suport continuu cu două etaje elastice, iar roțile sunt modelate prin corpuri rigide. Este determinat răspunsul în frecvență al roților cu ajutorul modelului deplasării rugozităților și sunt studiate componentele de cuplaj dintre acestea.*

Cuvinte cheie: *vibrații, roată-șină, cuplaj, unda de încovoiere*

Abstract: *The paper deals with the study of the vibration of a wheels tandem moving along a rail in the presence of the rolling surfaces irregularities in order to analyse the elastic coupling between the wheels due to the bending waves of the rail. To this end, the continuous supported rail model with two elastic layers is used, and the wheels are modeled as rigid bodies. The frequency-domain response of the wheels is obtained by means of the moving roughness model and the coupling components are analysed.*

Keywords: *vibration, wheel/rail, coupling, bending wave*

1. Introducere

Problemele de interacțiune roată-șină joacă un rol important în ceea ce privește suprasolicitările mecanice care conduc la uzura suprafețelor de rulare roată-șină, problematică studiată de numeroși cercetători dintre care *Grassie* și *Kalousek* [1], *Müller* [2], *Nielsen* și *Johansson* [3], și la producerea zgomotului de rulare [4, 5]. Acuratețea studierii interacțiunii roată-șină depinde în primul rând de modelul adoptat pentru calea de rulare, lucru explicabil prin faptul că într-un domeniu de frecvență foarte întins receptanța șinei este mult mai mare decât cea a roții și ca urmare nivelul de vibrație al șinei este mai mare. Undele de încovoiere din domeniul mediu și înalt de frecvență se propagă prin șină la distanțe relativ mari și din acest motiv roțile de o parte a unui vehicul ajung să fie cuplate prin șină. Este adevărat că și prin structura vehiculului roțile sunt cuplate, dar numai în domeniul frecvențelor joase [6]. Suspensia vehiculului lucrează ca un filtru cu bandă de trecere joasă și din această cauză, influența părții suspendate a vehiculului se poate reduce la forța statică atunci când se studiază vibrațiile roată-șină.

Fenomenele care apar datorită cuplării roților prin șină au fost studiate de *Wu* și *Thompson* [7] și ele și-au găsit aplicarea în studiul uzurii ondulatorii scurte a șinei [8].

În esență, este vorba de undele de încovoiere directe și reflectate care se propagă între roțile vehiculului și care modifică regimul de vibrație al acestora, problemă studiată și tratată în [9]. Pentru a urmări mai ușor, în figura 1 se prezintă modul în care interacționează două roți datorită undelor de încovoiere prin șină. Forțele de contact sunt notate cu Q_1 și Q_2 . Fiecare

forță are câte trei componente care provin din interacțiunea roții însăși cu șina rugoasă și din interacțiunea roții cu roata conjugată.

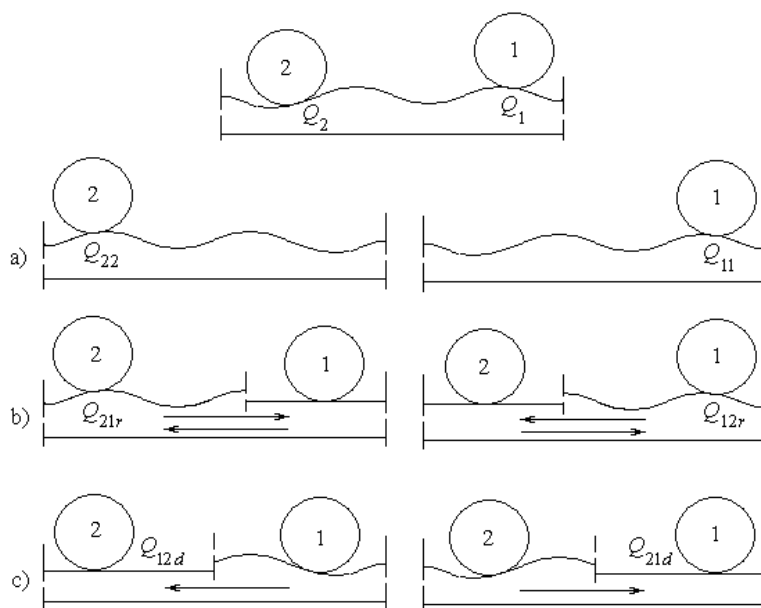


Fig.1 Cuplajul dintre două roți – componentele forței de contact:
a) proprie, b) reflectată, c) incidentă conjugată

Astfel, prima roată interacționează cu șina în prezența propriei rugozități (de pe șină, din dreptul roții și de pe roată, în dreptul punctului de contact) și, ca urmare, se produce componenta proprie a forței de contact roată-șină, notată Q_{11} . Apoi, prin șină se propagă unde de încovoiere cauzate de componenta proprie a forței de contact a primei roți și obligă a doua roată să vibreze chiar dacă nu trece peste nici o rugozitate – suprafețe de rulare netede. Forța de contact care se dezvoltă în dreptul roții conjugate (pentru prima este a doua și vice-versa) produce unde de încovoiere care se propagă înapoi la prima roată. Având în vedere originea acestor unde de încovoiere, ele sunt unde provenite de la prima roată și reflectate de roata conjugată, componenta forței care are drept cauză aceste unde se numește componenta reflectată, notată Q_{12r} . În fine, o a treia componentă a forței de contact de la prima roată este dată de undele de încovoiere care vin de la roata conjugată și care sunt produse de interacțiunea acesteia cu rugozitatea proprie. Este componenta directă conjugată și este notată cu Q_{21d} .

În mod similar se descompune forța de contact de la roata a doua. Aceste considerente au consistență numai în ipoteza contactului liniar când cele trei componente pot fi puse în evidență prin relații de calcul. În condiții generale, când forța de contact are variații mari în jurul valorii sarcinii statice, relația dintre forța de contact și deformarea cumulată roată-șină devine neliniară și nu mai este posibil să se aplice principiul suprapunerii efectelor și deci separarea componentelor forței de contact nu mai operează.

2. MODELUL MECANIC

Pentru a vedea efectele interacțiunii roților prin șină, se propune studiul răspunsului în frecvență al unui tandem de roți care rulează pe cale (fig. 2), studiu bazat pe modelul deplasării rugozității. Se adoptă pentru cale modelul cu suport continuu cu două etaje elastice.

Vibrațiile unui tandem de roți pe șină

Cele două roți pot fi roțile unui boghiu sau ale unui vehicul cu două osii. În continuare se va considera totuși că ele provin de la un boghiu pentru că ampatamentul unui boghiu este mult mai mic decât ampatamentul unui vehicul pe două osii (de regulă, vagon de marfă) și deci efectele în discuție sunt mai intense în acest caz.

Mișcarea este raportată la sistemul de referință inerțial Oxz . Fiecare roată este modelată printr-un corp rigid având masa egală cu jumătate din masa nesuspendată a osiei montate. Sarcina pe roată este Q_0 iar ampatamentul boghiului este D . Roțile au mișcări pe verticală descrise de variabilele z_{r1} și z_{r2} .

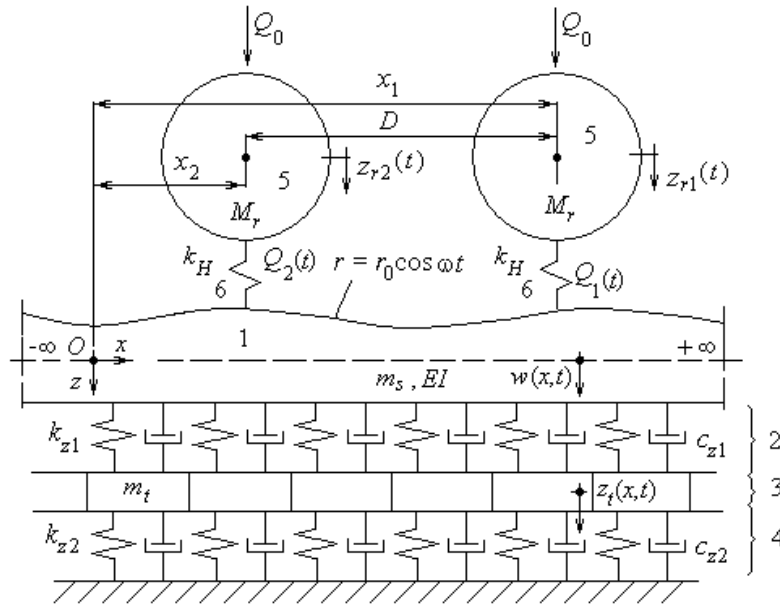


Fig.2 Model pentru vibrațiile verticale ale unui tandem de roți pe cale:
1) șina; 2) suportul de șină; 3) traversele; 4) balastul; 5) roata.

Rugozitatea șinei este r și ea depinde de poziția secțiunii x de-a lungul căii. Când roțile se deplasează cu viteza V , în dreptul primei roți, rugozitatea este $r(x_1) = r(Vt)$, iar în dreptul celei de a doua roți se înregistrează rugozitatea $r(x_2) = r(Vt - D)$. Contactul dintre roți și șină este de tip Hertzian liniarizat. Se neglijează efectul vitezei asupra receptanței șinei - modelul deplasării rugozității între roată și șină acestea din urmă fiind presupuse fixe. De asemenea, se neglijează orice alunecare a roților pe șină: contact cu rostogolire pură. Se scriu ecuațiile de mișcare în raport cu pozițiile de echilibru sub sarcinile statice; sarcinile dinamice sunt $\Delta Q_{1,2}$.

Ecuațiile de mișcare ale căii sunt:

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + m_s \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c_{z1} \frac{\partial(w - z_t)}{\partial t} + k_{z1}(w - z_t) = \sum_{i=1}^2 \Delta Q_i \delta(x - x_i); \quad (1)$$

$$m_t \frac{\partial^2 z_t}{\partial t^2} + (c_{z1} + c_{z2}) \frac{\partial z_t}{\partial t} + (k_{z1} + k_{z2}) z_t - c_{z1} \frac{\partial w}{\partial t} - k_{z1} w = 0. \quad (2)$$

Ecuația de mișcare a roții $i = 1 \div 2$ este

$$M_r \ddot{z}_{ri} = -\Delta Q_i. \quad (3)$$

În fine, ecuația contactului elastic dintre roata i și șină este

$$z_{ri}(t) - w(x_i, t) - r(x_i) = \Delta Q_i / k_H, \quad (4)$$

unde, k_H este rigiditatea contactului.

Interesează numai regimul permanent armonic în care rugozitatea are forma complexă

$$\bar{r} = \bar{r}_0 \exp(jkx) = \bar{r}_0 \exp(jkVt) = \bar{r}_0 \exp(j\omega t), \quad (5)$$

în care \bar{r}_0 este amplitudinea complexă a rugozității, k este numărul de undă al rugozității, ω este pulsația, iar $j^2 = -1$. Considerând faza inițială nulă în dreptul primei roți, atunci rugozitatea în dreptul celor două roți va fi

$$\bar{r}_1 = \bar{r}(x_1) = r_0 \exp(j\omega t); \quad \bar{r}_2 = \bar{r}(x_2) = r_0 \exp[j\omega(t - D/V)]. \quad (6)$$

S-a presupus că cele două roți trec peste aceleași rugozități, iar roata a doua face acest lucru cu o întârziere egală cu D/V față de prima roată. Aceasta este valabil dacă se neglijează influența rugozității proprii a roții (suprafața roții este netedă).

Celelalte mărimi ale regimului armonic permanent sunt de forma

$$\bar{z}_{r1,2}(t) = \bar{z}_{r1,2} \exp(j\omega t); \quad \bar{w}(x, t) = \bar{w}(x) \exp(j\omega t); \quad (7)$$

$$\bar{\delta}_{1,2}(t) = \bar{\delta}_{1,2} \exp(j\omega t); \quad \Delta \bar{Q}_{1,2}(t) = \Delta \bar{Q}_{1,2} \exp(j\omega t). \quad (8)$$

În regim armonic permanent deplasarea verticală a șinei în dreptul roții $i = 1, 2$ se poate calcula cu ajutorul funcției Green

$$\bar{w}_i = \bar{w}(x_i) = \int_{-\infty}^{\infty} G(x_k, \xi) \sum_{k=1}^2 \Delta \bar{Q}_i \delta(\xi - x_k) d\xi = G(x_i, x_1) \Delta \bar{Q}_1 + G(x_i, x_2) \Delta \bar{Q}_2. \quad (9)$$

Deplasarea roții i este

$$\bar{z}_{ri} = -\frac{1}{\omega^2 M} (-\Delta \bar{Q}_i) = -\bar{\alpha}_r \Delta \bar{Q}_i, \quad (10)$$

în care s-a pus în evidență receptanța roții $\bar{\alpha}_r = -1/(\omega^2 M)$.

Cu acestea introduse în ecuațiile contactului, rezultă

$$(\bar{\alpha}_r + \bar{\alpha}_s + \bar{\alpha}_H) \Delta \bar{Q}_1 + \bar{\alpha}_{sa} \Delta \bar{Q}_2 = -\bar{r}_1; \quad (11)$$

$$\bar{\alpha}_{sa} \Delta \bar{Q}_1 + (\bar{\alpha}_r + \bar{\alpha}_s + \bar{\alpha}_H) \Delta \bar{Q}_2 = -\bar{r}_2,$$

în care s-au notat următoarele

Vibrațiile unui tandem de roți pe șină

$$\bar{\alpha}_s = G(x_1, x_1) = G(x_2, x_2); \quad \bar{\alpha}_{sa} = G(x_1, x_2) = G(x_2, x_1). \quad (12)$$

Trebuie să se remarce faptul că prima egalitate este adevărată din cauza structurii omogene a căii, iar cea de a doua pe motiv de simetrie a funcției Green a șinei. Presupunând așadar cunoscute rugozitățile, rezultă forțele de contact roată-șină pentru cele două roți

$$\Delta\bar{Q}_1 = \frac{\bar{\alpha}_{rs}\bar{r}_1 + \bar{\alpha}_{sa}\bar{r}_2}{\bar{\alpha}_{rs}^2 - \bar{\alpha}_{sa}^2}; \quad \Delta\bar{Q}_2 = \frac{\bar{\alpha}_{sa}\bar{r}_1 + \bar{\alpha}_{rs}\bar{r}_2}{\bar{\alpha}_{rs}^2 - \bar{\alpha}_{sa}^2}, \quad (13)$$

în care s-a notat receptanța sistemului roată-șină sub forma:

$$\bar{\alpha}_{rs} = -(\bar{\alpha}_r + \bar{\alpha}_s + \bar{\alpha}_H). \quad (14)$$

Relațiile (12) se prelucrează pentru a se pune în evidență componentele forțelor de contact conform analizei de mai sus

$$\Delta\bar{Q}_1 = \frac{\bar{r}_1}{\bar{\alpha}_{rs}} + \frac{\bar{\alpha}_{sa}^2\bar{r}_1}{\bar{\alpha}_{rs}(\bar{\alpha}_{rs}^2 - \bar{\alpha}_{sa}^2)} + \frac{\bar{\alpha}_{sa}\bar{r}_2}{\bar{\alpha}_{rs}^2 - \bar{\alpha}_{sa}^2} = \Delta\bar{Q}_{11} + \Delta\bar{Q}_{12r} + \Delta\bar{Q}_{21d}; \quad (15)$$

$$\Delta\bar{Q}_2 = \frac{\bar{r}_2}{\bar{\alpha}_{rs}} + \frac{\bar{\alpha}_{sa}^2\bar{r}_2}{\bar{\alpha}_{rs}(\bar{\alpha}_{rs}^2 - \bar{\alpha}_{sa}^2)} + \frac{\bar{\alpha}_{sa}\bar{r}_1}{\bar{\alpha}_{rs}^2 - \bar{\alpha}_{sa}^2} = \Delta\bar{Q}_{22} + \Delta\bar{Q}_{21r} + \Delta\bar{Q}_{12d}. \quad (16)$$

Se deosebesc așadar componentele directe

$$\Delta\bar{Q}_{11} = \frac{\bar{r}_1}{\bar{\alpha}_{rs}}; \quad \Delta\bar{Q}_{22} = \frac{\bar{r}_2}{\bar{\alpha}_{rs}}, \quad (17)$$

componentele reflectate ale forțelor de contact

$$\Delta\bar{Q}_{12r} = \frac{\bar{\alpha}_{sa}^2\bar{r}_1}{\bar{\alpha}_{rs}(\bar{\alpha}_{rs}^2 - \bar{\alpha}_{sa}^2)}; \quad \Delta\bar{Q}_{21r} = \frac{\bar{\alpha}_{sa}^2\bar{r}_2}{\bar{\alpha}_{rs}(\bar{\alpha}_{rs}^2 - \bar{\alpha}_{sa}^2)} \quad (18)$$

și componentele directe conjugate

$$\Delta\bar{Q}_{21d} = \frac{\bar{\alpha}_{sa}\bar{r}_2}{\bar{\alpha}_{rs}^2 - \bar{\alpha}_{sa}^2}; \quad \Delta\bar{Q}_{12d} = \frac{\bar{\alpha}_{sa}\bar{r}_1}{\bar{\alpha}_{rs}^2 - \bar{\alpha}_{sa}^2}. \quad (19)$$

În condițiile în care se presupune că suprafața de rulare a roților este netedă, se pot avea în vedere relațiile dintre rugozitățile din dreptul roților care rezultă din rel. (6)

$$\bar{r}_2 = \bar{r}_0 \exp[j\omega(t - D/V)] = \bar{r}_0 \exp(j\omega t) \exp(-j\omega D/V) = \bar{r}_1 \exp(-j\omega D/V); \quad (20)$$

$$\bar{r}_1 = \bar{r}_2 \exp(j\omega D/V).$$

Introducând acum aceste relații în expresiile forțelor de contact, acestea din urmă devin

$$\Delta \bar{Q}_i = \bar{r}_i \left\{ \frac{1}{\bar{\alpha}_{rs}} + \frac{\bar{\alpha}_{sa}^2}{\bar{\alpha}_{rs} (\bar{\alpha}_{rs}^2 - \bar{\alpha}_{sa}^2)} + \exp[(-j)^i \omega D/V] \frac{\bar{\alpha}_{sa}}{\bar{\alpha}_{rs}^2 - \bar{\alpha}_{sa}^2} \right\}, \text{ cu } i = 1, 2. \quad (21)$$

În dreptul fiecărei roți, rugozitatea excitatoare are două componente, una de pe suprafața de rulare a roții și o alta de pe suprafața șinei. Rugozitatea roților nu este corelată cu cea a șinei și, evident, rugozitățile celor două roți nu sunt corelate între ele. Rugozitățile șinei în dreptul celor două roți pot fi considerate ca fiind corelate, așa cum de altfel s-a și luat în calcul. În aceste condiții, se pot defini funcțiile de transfer ale forțelor de contact induse numai de rugozitatea șinei, sub forma

$$\bar{H}_i = \frac{\Delta \bar{Q}_i}{\bar{r}_i} = \frac{1}{\bar{\alpha}_{rs}} + \frac{\bar{\alpha}_{sa}^2}{\bar{\alpha}_{rs} (\bar{\alpha}_{rs}^2 - \bar{\alpha}_{sa}^2)} + \exp[(-j)^i \omega D/V] \frac{\bar{\alpha}_{sa}}{\bar{\alpha}_{rs}^2 - \bar{\alpha}_{sa}^2} \text{ cu } i = 1, 2. \quad (22)$$

3. APLICAȚIE NUMERICĂ

Se consideră următorii parametri ai modelului:

- ampatamentul boghiului $D = 1,8$ m;
- masa unei roți $M_r = 750$ kg, incluzând și jumătate din osie;
- pentru șina de tip UIC 60: $m = 60$ kg/m, $S = 7.69 \cdot 10^{-3}$ m², $I = 30.55 \cdot 10^{-6}$ m⁴, $\rho = 7850$ kg/m³, $E = 210$ GPa.
- traverse de beton cu masa de 129 kg/semitraversă distanțate la 60 cm.
- rigiditatea suportului de șină este de 240 MN/m,
- rigiditatea patului de balast este de 42 MN/m.

Cu aceste date se calculează valorile parametrilor modelului: $m_s = 60$ kg/m, $EI = 6,42$ MN/m², $m_t = 215$ kg/m, $k_{c1} = 400$ MN/m², $k_{c2} = 70$ MN/m². Rigiditatea contactului a fost luată 1028 MN/m și această valoare corespunde profilului de roată S 78, care are raza de curbura pe suprafața de rulare de 0,5 m, pentru o roată cu raza de 0,46 m și profilului transversal al șinei cu raza de 0,3 m. Sarcina pe roată este de 100 kN.

În figura 3 se prezintă modulul receptanței șinei calculată în dreptul punctului de aplicare a forței armonice unitare (α_s) și la 1,8 m de acesta (α_{sa}). Se pot identifica zonele de rezonanță ale șinei pe cale, precum și zona de antirezonanță datorată traverselor prin efectul indus de absorbtor dinamic pentru șină. Comparând cele două curbe, se observă atenuarea mare a undelor prin șină la frecvențe joase și în zona de antirezonanță. În schimb, undele de încovoiere se propagă foarte bine la frecvențe situate între frecvența primei rezonanțe și frecvența de antirezonanță, precum și la frecvențe înalte, mai mari decât frecvența celei de a doua rezonanțe.

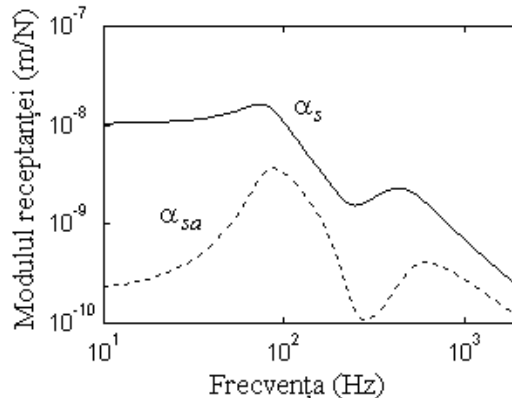


Fig. 3. Receptanța șinei

În figura 4 sunt prezentate cele trei componente ale forței de contact sub forma funcțiilor de transfer. Se observă componenta proprie care dintre toate are amplitudinea cea mai mare. Componenta reflectată are amplitudinea cea mai mică și este logic să fie așa pentru că în cazul ei drumul parcurs este dublul distanței dintre roți. Între cele două se situează componenta directă conjugată produsă de vibrația roții conjugate excitată de propria rugozitate. Componenta proprie atinge valorile maxime în dreptul rezonanței roții pe cale și în dreptul antirezonanței șinei. Celelalte componente își ating maximele la frecvențe mai mici.

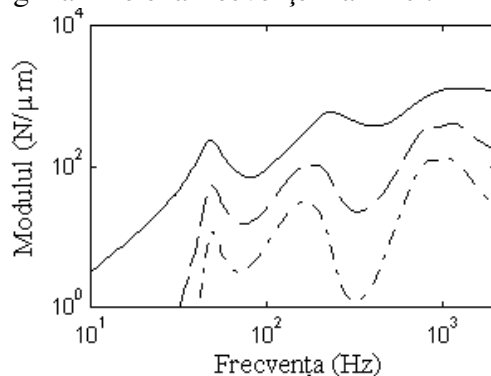


Fig. 4. Componentele funcției de transfer forță – rugozitate: proprie, reflectată, direct conjugată.

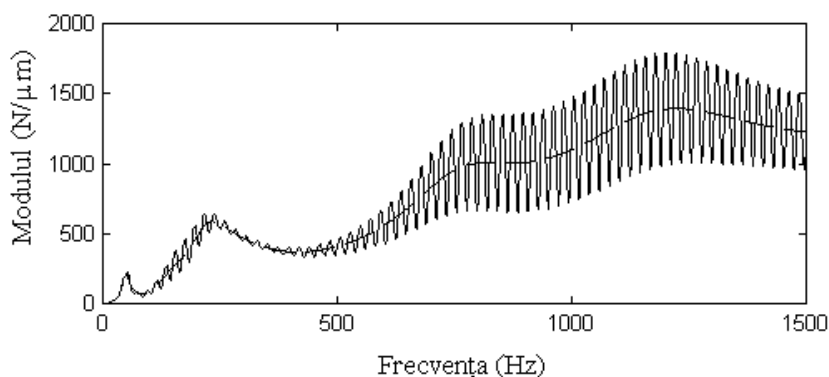


Fig. 5 Funcția de transfer forță – rugozitate; spre comparație componentele proprii și reflectată însumate

Suprapunerea celor trei componente conduce la apariția unei alternanțe de maxime și minime în funcție de frecvență, așa cum se poate vedea din figura 5. Această alternanță este efectul componentei directe conjugate. Nu trebuie uitat însă că în toate calculele prezentate nu s-a luat în seamă rugozitatea roții care nu este corelată cu cea a șinei și deci această alternanță în realitate este mult estompată. Excepție face cazul șinelor afectate de uzura ondulatorie scurtă.

4. CONCLUZII

În această lucrare este analizată interacțiunea roată-șină ținând cont de cuplajul dintre roțile vehiculului în zona frecvențelor medii și înalte. În esență, este vorba de undele de încovoiere directe și reflectate care se propagă între roțile vehiculului și care modifică regimul de vibrație al acestora.

Pentru a evidenția efectele de interacțiune dintre roți datorită undelor de încovoiere ale șinei, se propune studiul răspunsului în frecvență al unui tandem de roți care rulează pe cale,

bazat pe modelul deplasării rugozităților. În acest model roata este modelată printr-un corp rigid cu masă egală cu jumătate din masa nesuspendată a osiei, iar modelul căii fiind un suport continuu prevăzut cu două etaje elastice.

Simulările numerice pun în evidență următoarele aspecte:

- zonele de rezonanță ale șinei pe cale, precum și zona de antirezonanță datorată traverselor prin efectul indus de absorbitor dinamic pentru șină;
- atenuarea mare a undelor prin șină la frecvențe joase și în zona de antirezonanță;
- undele de încovoiere se propagă foarte bine la frecvențe situate între frecvența primei rezonanțe și frecvența de antirezonanță, precum și la frecvențe înalte, mai mari decât frecvența celei de a doua rezonanțe;
- cele trei componente ale forței de contact sub forma funcțiilor de transfer se caracterizează astfel: componenta proprie are amplitudinea cea mai mare, componenta reflectată are amplitudinea cea mai mică, iar componenta directă conjugată se situează între cele două, fiind produsă de vibrația roții conjugate excitată de propria rugozitate;
- componenta proprie atinge valorile maxime în dreptul rezonanței roții pe cale și în dreptul antirezonanței șinei, celelalte componente atingându-și maximele la frecvențe mai mici;
- suprapunerea celor trei componente conduce la apariția unei alternanțe de maxime și minime în funcție de frecvență, această alternanță fiind efectul componentei directe conjugate.

Această lucrare a fost elaborată în cadrul contractului cod 1699 cu tema „*Cercetări privind vibrațiile parametrice roată-șină bazate pe metoda matricei Green a căii*”, finanțată prin Planul Național PN-2, Program Idei – Proiecte de cercetare exploratorie, beneficiar CNCIS

BIBLIOGRAFIE

- [1] **S.L.Grassie, J. Kalousek** - “*Rail corrugation: characteristics, causes and treatments*”, *Journal of rail and rapid transit*, no. 207, 1993, pp. 57-68.
- [2] **S. Müller** - „*A linear wheel / track model to predict instability and short pitch corrugation*”, *Journal of Sound and Vibration*, 227, 1999, pag. 899-913.
- [3] **A. Johansson, J. C. O. Nielsen** - „*Rail corrugation growth-Influence of powered wheelset with wheel tread irregularities*”, *Wear* 262, 2007, pag. 1296-1307.
- [4] **J.P. Remington** - „*Wheel/rail noise – Part IV: Rolling noise*”, *Journal of Sound and Vibration*, 46,1976, pp. 419-436.
- [5] **D. J.Thompson** - „*Wheel / rail contact noise: development and detailed evaluation of a theoretical model for the generation of wheel and rail vibration due to surface roughness*”, ORE DT 204 (C 163), Utrecht, 1988.
- [6] **Tr. Mazilu** - „*The rail's response to the action of vertical sliding force*”, *UPB Scientific Bulletin Series D: Mechanical Engineering* 68, pp. 41-58, 2006.
- [7] **T. X. Wu, D. J. Thompson** - „*Vibration analysis of railway track with multiple wheels on the rail*”, *Journal of Sound and Vibration*, 239,2001, pag. 69-97.
- [8] **T. X. Wu, D. J. Thompson** - „*An investigation into rail corrugation due to micro-slip under multiple wheel/rail interaction*”, *ISVR Tehnical Memorandum No. 887*, University of Southampton, Institute of Sound and Vibration Research 2002.
- [9] **Tr. Mazilu** - „*Vibrații roată-șină*”, Editura MatrixRom, ISBN 978-973-755-332-4, București 2008.