

ASPECTE ALE INTERACȚIUNII ROATĂ-ȘINĂ ÎN PREZENȚA UZURII ONDULATORII A ȘINEI

ON THE WHEEL-RAIL INTERACTION IN THE PRESENCE OF THE RAIL CORRUGATION

Conf. univ. dr. ing. Traian MAZILU¹, Asist. drd. ing. Mădălina DUMITRIU²

^{1,2} Universitatea Politehnica din București
Splaiul Independentei, nr. 313, 060042, București, Romania
e-mail: trmazilu@yahoo.com, madalinadumitriu@yahoo.com

Rezumat: *Lucrarea se ocupă cu studiul interacțiunii dintre o osie elastică care rulează pe o cale cu pat de balast afectată de uzură ondulatorie. Osia este modelată printr-o grindă Timoshenko cu corpuri rigide atașate. Calea este redusă la o șină modelată printr-o grindă infinită rezemată pe suporturi discreți echidistanți. Ecuațiile de mișcare sunt rezolvate prin metoda matricei Green a căii. Mai întâi, este analizat regimul permanent de vibrație datorat excitației parametrice a traverselor. Apoi sunt prezentate aspecte ale vibrațiilor cauzate de uzura ondulatorie scurtă: caracterul modulant al vibrației, influența efectului Doppler și influența rigidității contactului roată-șină.*

Cuvinte cheie: *roata, șina, uzura ondulatorie, matricea Green a căii, rezonanța parametrică, modulare, efectul Doppler*

Abstract: *The paper deals with the study of the interaction between an elastic wheelset moving along a ballasted track affected by the rail corrugation. The wheelset is modeled as a Timoshenko beam with attached rigid bodies. The track is reduced to a rail modelled as an infinite Timoshenko beam resting on discretely equidistant supports. The equations of motion are solved by means of the Green's matrix of the track method. First, the steady-state behaviour due to the parametric excitation of the sleepers is analysed. Then, the aspects of the vibration due the corrugation are presented: the modulation, the influence of the Doppler effect and the influence of the wheel/rail stiffness contact.*

Keywords: *wheel, rail, corrugation, track's Green matrix, parametric resonance, modulation, Doppler effect*

1. INTRODUCERE

După cum se știe, uzura ondulatorie este un defect specific al suprafeței de rulare a șinei care îmbracă forma unor undiri regulate pe suprafața ciupercii. Aceste undiri pot avea diferite lungimi de undă, aspect care permite diferențierea uzurii ondulatorii după cele trei tipuri: scurtă, medie și lungă.

În cele ce urmează, atenția va fi concentrată în principal asupra vibrațiilor induse de uzura ondulatorie scurtă pentru că efectele acestora sunt cele mai serioase implicând emisia puternică de zgomot, slăbirea rezistenței mecanice a aparatului de rulare și a căii, în special a

aparaturii mărunte de cale, a șinelor și a traverselor, precum și fărâmițarea patului de balast, având drept consecință tasarea căii cu modificarea geometriei acesteia.

Uzura ondulatorie scurtă are domeniul lungimilor de undă cuprins între 30 și 100 mm. Aceasta afectează de regulă calea în aliniament sau curbele cu rază mare de curbură. Ea poate să apară când pe un fir al căii, când pe celălalt ori pe amândouă și aceasta se întâmplă pe anumite zone ale căii, în timp ce pe altele, aparent identice, ea nu apare. Forma regulată sub care apare face posibilă reprezentarea ei printr-o simplă funcție armonică de forma

$$r = r_0 \cos \frac{2\pi x}{\Lambda} = r_0 \cos \frac{2\pi Vt}{\Lambda},$$

în care r_0 este amplitudinea, Λ este lungimea de undă, iar V este viteza de deplasare.

Uzura ondulatorie scurtă este semnalată pentru prima dată la sfârșitul secolului al XIX-lea în Anglia și Statele Unite și ea a fost studiată de numeroși cercetători dintre care se citează aici (dintr-o lungă listă) doar pe *Alias* [1], *Grassie* și *Kalousek* [2, 3], *Hempelmann* și *Knothe* [4], *Muller* [5], *Nielsen* [6, 7].

Este interesant să se precizeze că asupra cauzelor exacte ale producerii uzurii ondulatorii scurte nu există o unanimitate de păreri și nici o tratare teoretică nu explică toate aspectele problemei. În general, se acceptă ideea că apariția uzurii ondulatorii scurte este în legătură cu vibrația parametrică a sistemului roată șină generată de variația rigidității căii datorită traverselor.

Trebuie spus faptul că în cazul rulării roții pe șină cu uzură ondulatorie, excitația parametrică datorată traverselor se suprapune peste vibrația inițiată de uzura ondulatorie iar efectul constă în apariția unei modulări în amplitudine în care unda purtătoare este vibrația de înaltă frecvență, iar unda modulată este vibrația excitată parametric. Unda purtătoare și unda modulată au câte un spectru de frecvență, iar rezultatul modulării este suprapunerea celor două spectre care poate amplifica regimul de vibrație al sistemului roată-șină. Aspecte ale acestui regim de vibrații au fost studiate de *Nordborg* [8], *Hou*, *Kalousek* și *Dong* [9], *Wu* și *Thompson* [10].

În această lucrare sunt tratate o serie de aspecte esențiale legate de regimul dinamic al unei osii când rulează cu viteză constantă pe o cale cu uzură ondulatorie. Pentru acest scop, modelul osiei constă dintr-o grindă Timoshenko (care ia în considerare efectul rotirii secțiunilor din cauza forței tăietoare precum și efectul inerțial al rotirii secțiunilor în timpul încovoierii) de care sunt fixate discuri rigide reprezentând cutiile de osie, roțile și discurile de frână. Calea de rulare este redusă la o șină pe suport elastic discret în virtutea simetriei geometrice și dinamice (aceleași forțe de interacțiune pe cele două șine). Șina este modelată printr-o grindă uniformă Timoshenko de lungime infinită care reazemă pe suporturi elastici echidistanți, fiecare din aceștia reprezentând suportul de șină, traversa și terasamentul. Modelul discret al reazemelor elastice ale șinei este nou și permite simularea interacțiunii dintre osie și cale pe un domeniu extins de frecvență. Soluția ecuațiilor de mișcare este obținută pe cale numerică prin aplicarea metodei matricei Green a căii [11-13].

2. MODELUL MECANIC ȘI ECUAȚIILE DE MIȘCARE

Se consideră o osie montată care se deplasează cu viteză constantă pe calea de rulare. În condițiile de simetrie geometrică și mecanică, cu luarea în calcul numai a modurilor proprii

de încovoiere simetrică ale osiei, modelul care descrie interacțiunea dintre osia montată și calea de rulare se poate reduce la cel al unei roți care rulează pe o șină conform figurii 1.

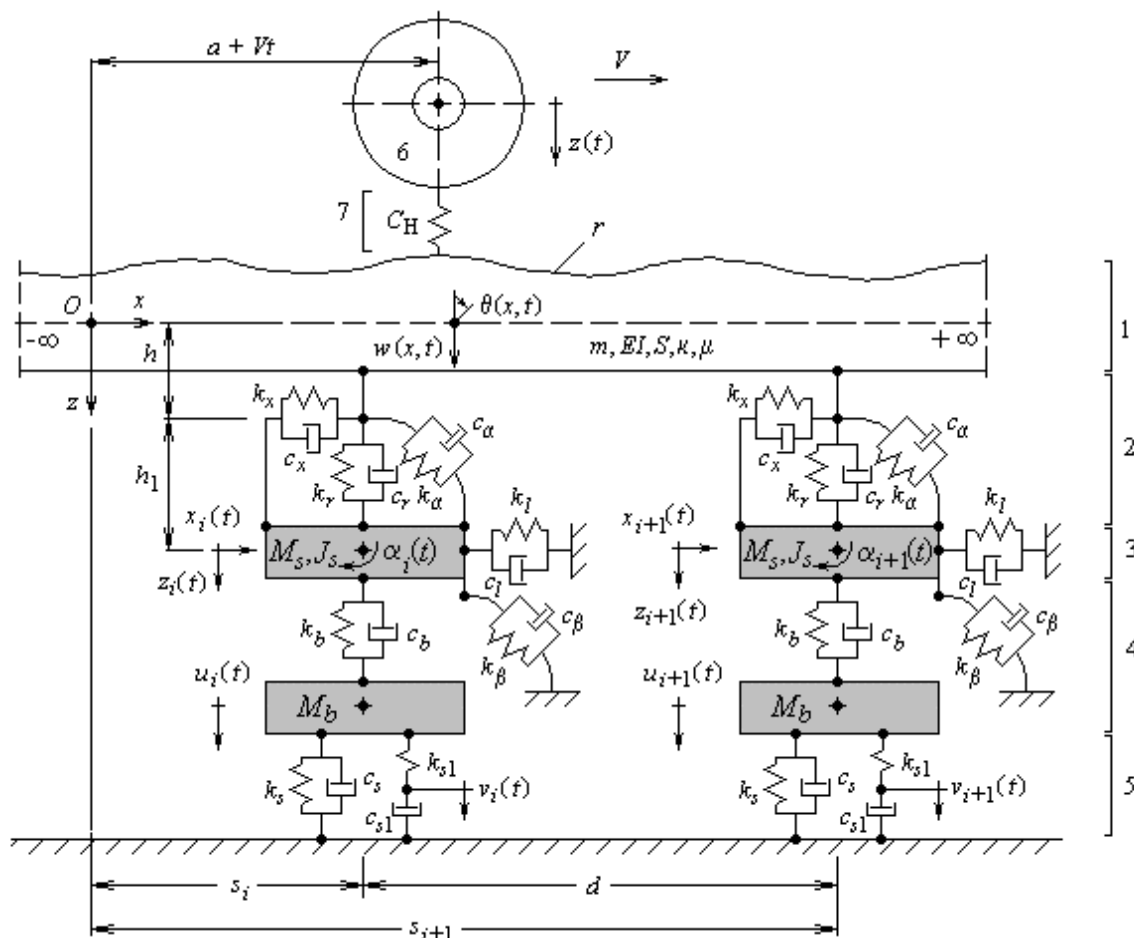


Fig. 1. Modelul vibrațiilor roată-șină:

1. șină; 2. suport de șină; 3. traversă; 4. balast; 5. terasament; 6. roată; 7. contact hertzian.

Osia montată este prevăzută cu două cutii de osie și 4 discuri de frână de la un vagon de călători (fig. 2). Neglijând variațiile de diametru ale osiei care sunt relativ mici, se va modela osia printr-o grindă uniformă Timoshenko.

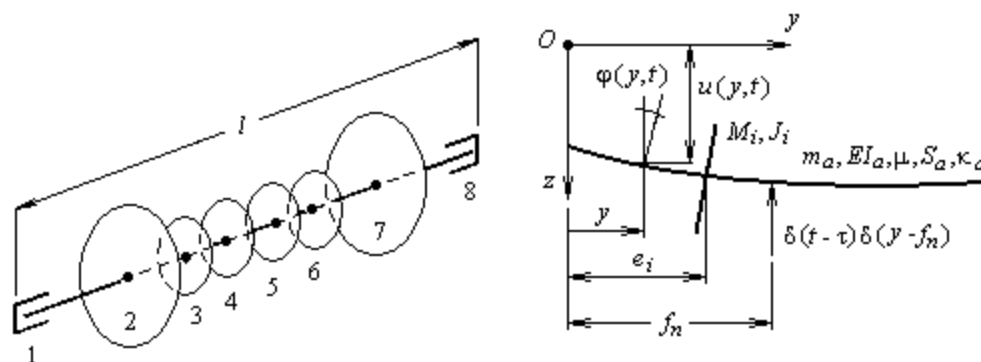


Fig. 2. Modelul osiei montate:

- 1, 8 - cutii de osie; 2, 7 - roți; 3, 4, 5, 6 - discuri de frână.

Mișcarea osiei este raportată la triedrul fix Oyz având originea în dreptul unui capăt al osiei. Deplasările osiei sunt descrise de vectorul coloană

$$\mathbf{q}^a(x, t) = [u(y, t) \quad \varphi(y, t)]^T, \quad (1)$$

unde $u(y, t)$ și $\varphi(y, t)$ sunt deplasarea verticală și rotația secțiunii transversale a osiei la distanța y de referențial.

Parametrii modelului osiei sunt după cum urmează: modulul de elasticitate longitudinal E , modulul de elasticitate transversal μ , densitatea ρ , lungimea osiei l , masa pe unitatea de lungime m_a , aria secțiunii transversale S_a , momentul de inerție al secțiunii I_a și coeficientul de forfecare κ_a .

Roțile, cutiile de osie și discurile de frână sunt considerate corpuri rigide atașate osiei. Se ia în considerare atât inerția de translație, cât și inerția de rotație în jurul axei longitudinale, perpendiculară pe osie.

Corpurile sunt identificate printr-un indice ce însoțește simbolurile parametrilor. Astfel, corpul ' i ' ($i = 1 \div 8$) are masa M_i și momentul de inerție J_i și se află la distanța e_i de capătul osiei.

Considerând sarcina statică pe roată Q_0 și forța normală de contact $Q(t)$, aceleași pe ambele roți, atunci ecuațiile de mișcare ale osiei montate sunt date sub formă matriceală de

$$\mathbf{T}_{y,t}^a \mathbf{q}^a - \sum_{i=1}^8 \mathbf{F}_{i,t} \mathbf{q}_i^a \delta(y - e_i) = \mathbf{Q}^a, \quad (2)$$

unde $\mathbf{T}_{y,t}^a$ și $\mathbf{F}_{i,t}$ sunt operatori matriceali diferențiali, $\mathbf{q}_i^a = \mathbf{q}^a(e_i, t)$ este vectorul coloană care conține deplasările osiei în secțiunea e_i , iar

$$\mathbf{Q}^a = [Q(t) - Q_0] [\Delta_y \quad 0]^T, \quad (3)$$

cu $\Delta_y = \delta(y - f_1) + \delta(y - f_2)$ este vectorul coloană al forțelor care acționează asupra osiei.

Operatorii matriceali din ecuația de mișcare (2) sunt de forma

$$\mathbf{T}_{y,t}^a = \begin{bmatrix} \kappa_a \mu S_a \frac{\partial^2}{\partial y^2} - m_a \frac{\partial^2}{\partial t^2} & -\kappa_a \mu S_a \frac{\partial}{\partial y} \\ \kappa_a \mu S_a \frac{\partial}{\partial y} & EI_a \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \kappa_a \mu S_a - \rho I_a \frac{\partial^2}{\partial t^2} \end{bmatrix}; \quad (4)$$

$$\mathbf{F}_{i,t} = \begin{bmatrix} M_i \frac{d^2}{dt^2} & 0 \\ 0 & J_i \frac{d^2}{dt^2} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Condițiile la limită sunt de tipul grindă liberă la capete, ceea ce impune ca forța tăietoare și momentul de încovoiere să fie nule la ambele extremități ale osiei ($y = 0$ și $y = l$)

$$\frac{\partial u}{\partial y} - \varphi = 0, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0. \quad (6)$$

Modelul mecanic al căii (v. fig. 1) este alcătuit dintr-o șină așezată pe reazeme elastice echidistante constând din suport de șină, semitraversă, balast și terasament. Prin aceasta, se consideră calea drept o structură simetrică în raport cu axa ei și se neglijează cuplajul dintre cele două șine ale căii. Mișcarea se raportează la sistemul de referință Oxz a cărui origine se află în dreptul axei neutre a șinei. Față de acest referențial, reazemul elastic i se află la distanța s_i . Asupra șinei, în secțiunea situată la distanța x_0 de reper, acționează o forță armonică cu amplitudinea Q și pulsația ω .

Șina este modelată ca o grindă infinită Timoshenko având următoarele caracteristici: masa pe unitatea de lungime m , aria secțiunii transversale S , momentul de inerție al secțiunii transversale I , densitatea materialului (oțel) ρ , modulul de elasticitate longitudinal E , modulul de elasticitate transversal μ , coeficientul de forfecare al secțiunii κ și distanța de la fibra neutră la suportul de șină h .

Deplasarea verticală a unei secțiuni a șinei este $w(x,t)$ iar rotația acesteia este $\theta(x,t)$; cele două mărimi sunt reunite în vectorul coloană

$$\mathbf{q}(x,t) = [w(x,t) \quad \theta(x,t)]^T. \quad (7)$$

Suportul de șină este modelat prin trei sisteme Kelvin-Voigt care corespund deplasărilor longitudinală și verticală, respectiv rotației în plan vertical-longitudinal. Constantele elastice sunt notate cu k_x , k_r și k_α , iar cele de amortizare vâscoasă, cu c_x , c_r și c_α .

Semitraversa este considerată un corp rigid cu trei grade de libertate: translație verticală $z_i(t)$, translație longitudinală (de-a lungul șinei) $x_i(t)$ și rotație $\alpha_i(t)$ în jurul axei transversale (perpendiculară pe șină). Masa semitraversei este M_i , iar momentul de inerție în jurul axei de rotație este J_i . Semitraversa este prinsă de șină prin suportul de șină al cărui plan de lucru se află la distanța h_1 de centrul de masă al semitraversei.

Influența inerțială a balastului asupra mișcării traversei este modelată printr-un rigid de masa M_b care se deplasează cu $u_i(t)$ pe direcție verticală.

Elasticitatea și amortizarea balastului sunt luate în considerare prin 3 sisteme Kelvin-Voigt, în mod asemănător modelului suportului de șină. Caracteristicile sistemelor reologice sunt rigiditățile k_l , k_b și k_β și constantele de amortizare vâscoasă c_l , c_b și c_β .

Terasamentul este modelat printr-un sistem Kelvin-Voigt în paralel cu un sistem Maxwell având rigiditățile k_s și k_{s1} și constantele de amortizare vâscoasă c_s și c_{s1} . Deplasarea "ascunsă" introdusă de sistemul Maxwell este $v_i(t)$.

Deplasările aparținând reazemului elastic i sunt organizate sub forma unui vector coloană

$$\mathbf{q}_i^s(t) = [x_i(t) \quad z_i(t) \quad \alpha_i(t) \quad u_i(t) \quad v_i(t)]^T, \quad (8)$$

iar poziția șinei în dreptul aceluiași reazem este dată de

$$\mathbf{q}_i(t) = [w(s_i, t) \quad \theta(s_i, t)]^T. \quad (9)$$

Ecuțiile de mișcare se pot scrie sub formă matriceală

$$\mathbf{T}_{x,t} \mathbf{q}(x, t) - \sum_{i=-\infty}^{\infty} (\mathbf{A}_t \mathbf{q}_i(t) - \mathbf{B}_t \mathbf{q}_i^s(t)) \delta(x - s_i) = \mathbf{Q}(x, t); \quad (10)$$

$$\mathbf{C}_t \mathbf{q}_i^s(t) = \mathbf{B}_t^T \mathbf{q}_i(t), \quad (11)$$

unde
$$\mathbf{Q} = [-Q(t) \delta(x - a - Vt) \quad 0]^T \quad (12)$$

este vectorul coloană al forțelor care acționează asupra șinei.

Avem următorii operatori în ecuațiile căii de rulare: $\mathbf{T}_{x,t}$ este operatorul matriceal al grinzii Timoshenko și \mathbf{A}_t , \mathbf{B}_t , \mathbf{C}_t sunt matrice diferențiale

$$\mathbf{T}_{x,t} = \begin{bmatrix} \kappa \mu S \frac{\partial^2}{\partial x^2} - m \frac{\partial^2}{\partial t^2} & -\kappa \mu S \frac{\partial}{\partial x} \\ \kappa \mu S \frac{\partial}{\partial x} & EI \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \kappa \mu S - \rho I \frac{\partial^2}{\partial t^2} \end{bmatrix}; \quad (13)$$

$$\mathbf{A}_t = \begin{bmatrix} c_r \frac{d}{dt} + k_r & 0 \\ 0 & c_\theta \frac{d}{dt} + k_\theta \end{bmatrix}; \quad (14)$$

$$\mathbf{B}_t = \begin{bmatrix} 0 & c_r \frac{d}{dt} + k_r & 0 & 0 & 0 \\ -h \left(c_x \frac{d}{dt} + k_x \right) & 0 & \Delta c_\alpha \frac{d}{dt} + \Delta k_\alpha & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (15)$$

$$\mathbf{C}_t = \begin{bmatrix} D_x & 0 & h_1 \left(c_x \frac{d}{dt} + k_x \right) & 0 & 0 \\ 0 & D_z & 0 & -c_b \frac{d}{dt} - k_b & 0 \\ h_1 \left(c_x \frac{d}{dt} + k_x \right) & 0 & D_\alpha & 0 & 0 \\ 0 & -c_b \frac{d}{dt} - k_b & 0 & D_u & -k_{s1} \\ 0 & 0 & 0 & -k_{s1} & D_v \end{bmatrix}, \quad (16)$$

cu

$$D_x = M_s \frac{d^2}{dt^2} + (c_x + c_l) \frac{d}{dt} + k_x + k_l;$$

$$D_z = M_s \frac{d^2}{dt^2} + (c_r + c_b) \frac{d}{dt} + k_r + k_b;$$

$$D_v = c_{s1} \frac{\partial}{\partial t} + k_{s1}; D_\alpha = J_s \frac{d^2}{dt^2} + (c_\alpha + c_\beta + h_1^2 c_x) \frac{d}{dt} + k_\alpha + k_\beta + h_1^2 k_x;$$

$$D_u = M_b \frac{d^2}{dt^2} + (c_b + c_s) \frac{d}{dt} + k_b + k_s + k_{s1};$$

$$c_\theta = c_\alpha + h^2 c_x; k_\theta = k_\alpha + h^2 k_x; \Delta c_\alpha = c_\alpha - h h_1 c_x; \Delta k_\alpha = k_\alpha - h h_1 k_x.$$

Condițiile la limite sunt

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} \mathbf{q}(x, t) = [0 \ 0]^T; \quad \lim_{i \rightarrow \pm \infty} \mathbf{q}_i^s(t) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T. \quad (17)$$

În fine, se consideră condiții inițiale nule.

Ecuția contactului mecanic roată-șină face legătura între forța normală de contact și apropierea roată-șină conform teoriei lui *Hertz*

$$[Q(t)/C_H]^{2/3} = z_\delta(t) \sigma[z_\delta(t)], \quad (18)$$

unde z_δ este apropierea dinamică dintre roată și șină, C_H este constanta lui *Hertz*, iar $\sigma[\cdot]$ este funcția treaptă unitară a lui *Heaviside*.

Apropierea dinamică roată-șină este de forma

$$z_\delta(t) = z(t) - w(a + Vt, t) - r(a + Vt), \quad (19)$$

în care $z(t) = u(e_2, t)$ este deplasarea verticală a roții, iar $r(a + Vt)$ este deplasarea relativă roată-șină cauzată de neregularitățile suprafețelor de rulare.

Soluția ecuațiilor de mișcare se obține cu ajutorul metodei matricei Green a căii [10-13].

3. APLICAȚIE NUMERICĂ

În această secțiune sunt prezentate o serie de rezultate obținute prin simulare numerică bazată pe rezolvarea ecuațiilor de mișcare ale modelului descris în secțiunea anterioară.

Pentru înțelegerea caracterului vibrațiilor roții pe șină în prezența uzurii ondulatorii, este necesar să se cunoască câteva aspecte ale regimului permanent de interacțiune, când

vibrațiile au o excitație de origine parametrică. În continuare, sunt analizate vibrațiile roții pe șina afectată de uzura ondulatorie.

Regimul permanent de vibrație. Când o roată rulează pe șină sub acțiunea unei sarcini constante și se deplasează în condiții ideale, fără neregularități pe suprafețele de rulare, cu viteză constantă, mișcarea roții va fi acompaniată de o vibrație periodică generată de variația rigidității căii. Acesta este regimul permanent de vibrație roată-șină. Perioada acestei mișcări este egală distanța dintre două traverse alăturate raportată la viteza de deplasare a roții.

Regimul permanent de vibrație este un caz ipotetic în care forța dinamică de contact roată-șină este minimă. Studiul regimului permanent de vibrație este important pentru înțelegerea fenomenului de modulare a vibrațiilor roată-șină care se produce în condiții reale de rulare, când suprafețele de rulare nu sunt netede, ci rugoase.

Figura 3 arată deplasările roții și șinei în punctul de contact cu roata în timpul regimului permanent de vibrație la viteza de 48 m/s. Mișcările roții și șinei sunt asemănătoare, cu deosebirea că deplasarea roții este mai mare datorită elasticității contactului. Valorile minime sunt atinse la mică distanță după ce roata a trecut de traversă și acest lucru semnifică tendința roții de a se desprinde de șină. Frecvența mișcării este 80 Hz, valoare apropiată de frecvența de rezonanță a roții pe șină (modul rigid de vibrație).

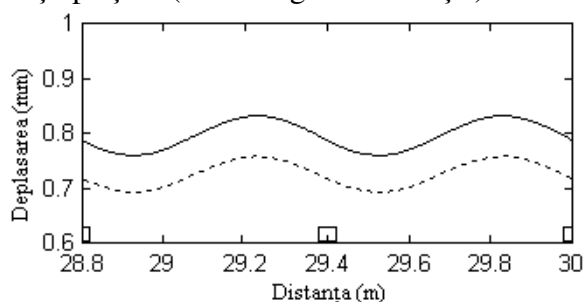


Fig. 3. Regimul permanent de vibrație la 48 m/s:

—, roata; - - -, șina; □, poziția traversei.

Evoluția forței de contact în lungul căii și spectrul de frecvență sunt prezentate în figura 4 pentru 24 și respectiv, 48 m/s. Diagramele evidențiază diferențe notabile privind comportamentul sistemului roată-șină la cele două viteze. Astfel, când osia rulează pe cale cu viteza de 48 m/s, forța de contact variază între 64,8 kN și 75,4 kN, pentru ca la 24 m/s variațiile să fie semnificativ mai mici, între 68,1 și 71,4 kN. Alura evoluției forței este diferită. La 48 m/s, forța de contact are o singură oscilație între două traverse, în timp ce la 24 m/s se pot vedea două astfel de oscilații.

Diferențe importante se pot observa și în ceea ce privește spectrul forței. În general, amplitudinea componentelor spectrale este mult mai mare la 48 m/s. De pildă, cea mai importantă componentă spectrală are 5,48 kN la 48 m/s și numai 0,97 kN la 24 m/s. Pe lângă aceasta, este interesant și faptul că la 24 m/s, componenta cea mai tare nu este fundamentală ca la cealaltă viteză, ci a doua componentă.

Pe de altă parte, în ambele situații, forța de contact atinge valoarea minimă în dreptul traverselor, ceea ce indică sub altă formă tendința roții de a se desprinde de șină. Mai mult, tot în zona traverselor, forța de contact are variația cea mai mare ca urmare a variației rigidității

căii. Aceste aspecte explică în mare măsură de ce uzura ondulatorie scurtă este inițiată cel mai adesea în zona traverselor.

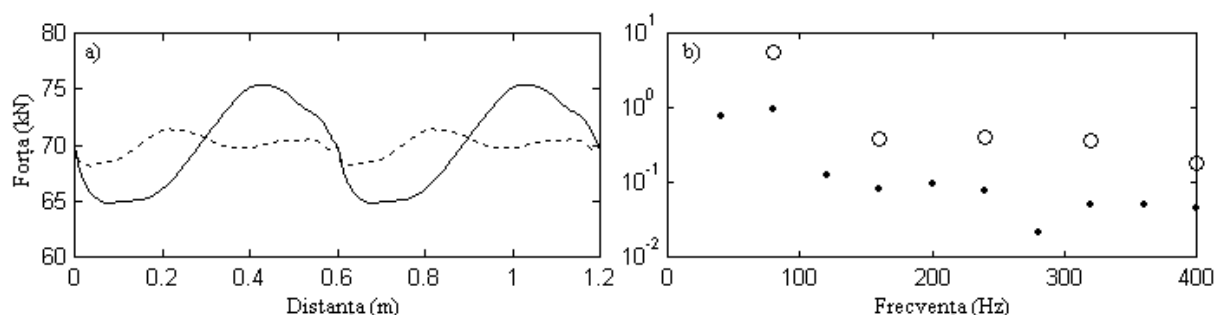


Fig. 4. Forța de contact: a) de-a lungul căii, - - -, la 24 m/s ; —, la 48 m/s ;
b) spectrul, •, $V = 24$ m/s ; ○, $V = 48$ m/s.

Aceleași observații pot fi făcute asupra diferențelor de regim dinamic la vitezele de 16 și 32 m/s (fig. 5). Trebuie menționat că frecvența parametrică dată de distanța dintre traverse la viteza de 32 m/s este de 53,3 Hz și ea este foarte apropiată de frecvența de rezonanță a osiei pe cale datorată primului mod propriu de încovoiere. Forța de contact variază între 68,7 kN și 70,8 kN la 16 m/s și între 66,9 și 72,3 kN dacă osia rulează cu 32 m/s. Totodată, cele mai importante componente spectrale au amplitudinea de 0,43 kN (a doua armonică, la 16 m/s) și, respectiv, 2,38 kN (armonica fundamentală, la 32 m/s).

Trebuie observat faptul că în ambele situații analizate mai sus, frecvența parametrică la viteza mai mare coincide cu una din frecvențele proprii ale sistemului. Se produce astfel rezonanța parametrică care explică pe de o parte valorile mari ale variației forței de contact, iar pe de alta, de ce componenta fundamentală a spectrului este dominantă.

Vitezele mici luate în calcul sunt jumătate din vitezele la care se produce rezonanța parametrică. Frecvența excitației parametrice ajunge în mod corespunzător la jumătate din frecvența rezonanței parametrice. În schimb, frecvența celei de a doua componente armonice a spectrului va fi egală cu frecvența rezonanței parametrice. Se produce rezonanța subarmonică 1/2, iar spectrul de frecvență va fi dominat de armonica a doua.

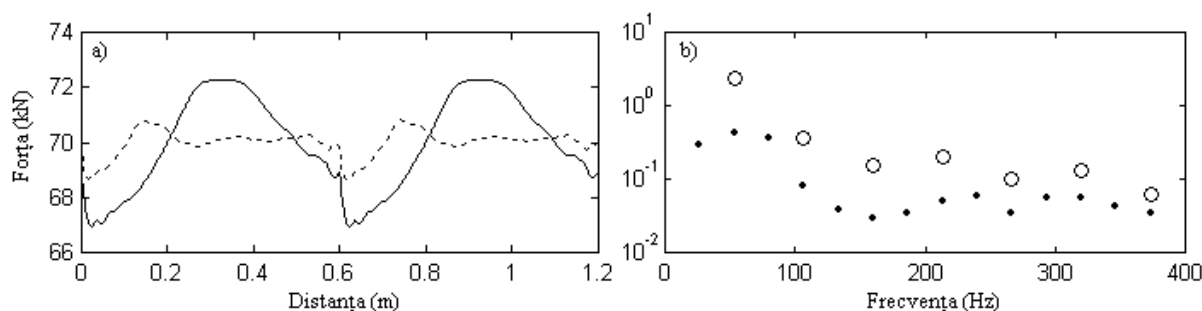


Fig. 5. Forța de contact: a) de-a lungul căii, - - -, $V = 16$ m/s ; —, $V = 32$ m/s ;
b) spectrul, •, $V = 16$ m/s ; ○, $V = 32$ m/s.

O evaluare globală a regimului permanent de vibrație se obține din reprezentarea valorii eficace a forței de contact în funcție de viteză (fig. 6). Diagrama seamănă cu cea obținută la răspunsul în frecvență, ceea ce arată că excitația parametrică poate fi asimilată într-o anumită măsură cu excitația datorată neregularităților suprafețelor de rulare.

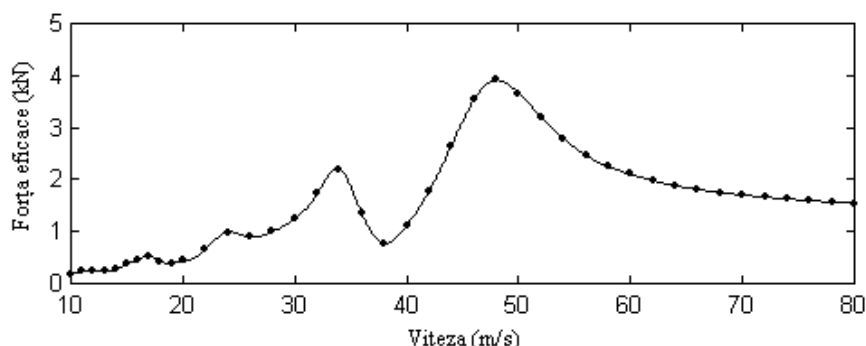


Fig. 6. Valoare eficace a forței de contact.

Astfel, se remarcă cele două maxime ale forței de contact care corespund rezonanțelor parametriche. Dintre acestea, regimul de interacțiune osie/cale la viteza de rezonanță parametrică a modului rigid de vibrație a osiei pe cale are o intensitate mai mare. Forța eficace atinge 3,91 kN, comparativ cu numai 2,20 kN, valoare rezultată pentru viteza de rezonanță parametrică a primului mod propriu de încovoiere a osiei.

Pe diagramă mai apar alte două maxime relative de amplitudine mai mică la vitezele de 24 și 16 m/s. Aceste maxime corespund vitezelor de rezonanță subarmonică 1/2.

O situație interesantă se înregistrează la viteza de 10 m/s (fig. 7). Spectrul de frecvență al forței relevă două componente mai importante și anume, a treia și a cincea. Frecvența parametrică la această viteză este de 16,7 Hz și ea reprezintă cu aproximație 1/5 din frecvența de rezonanță parametrică a modului rigid de vibrație a osiei și respectiv, 1/3 din frecvența de rezonanță parametrică a primului mod propriu de încovoiere a osiei. Practic, avem aici o suprapunere de rezonanțe subarmonice.

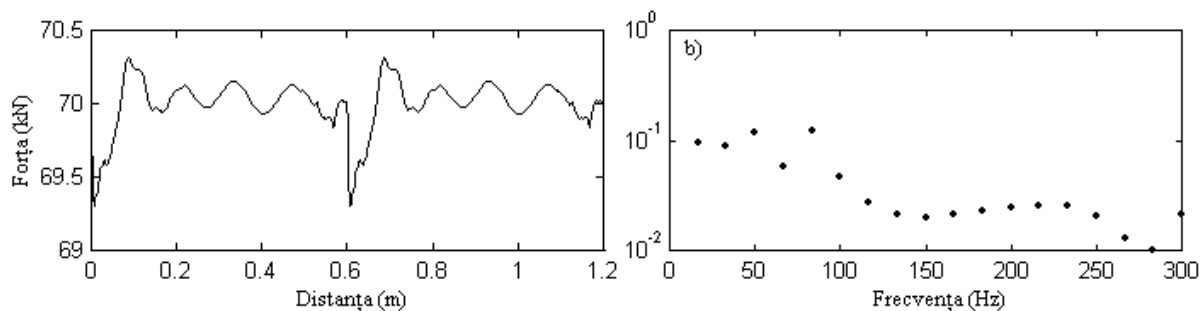


Fig. 7. Forța de contact la 10 m/s:
a) de-a lungul căii ; b) spectrul de frecvență.

La viteze mai mari de 48 m/s, intensitatea regimului permanent de vibrație intră pe o pantă descendentă. Cu toate acestea, se poate identifica o mărire a ponderii componentelor de frecvență medie și înaltă. Figura 8 prezintă spectrul de frecvență al forței de contact pentru următoarele valori ale vitezei 48 m/s, 60 m/s, 70 m/s și 80 m/s. O caracteristică comună a acestor spectre constă în aceea că armonica fundamentală este dominantă, indiferent de viteză.

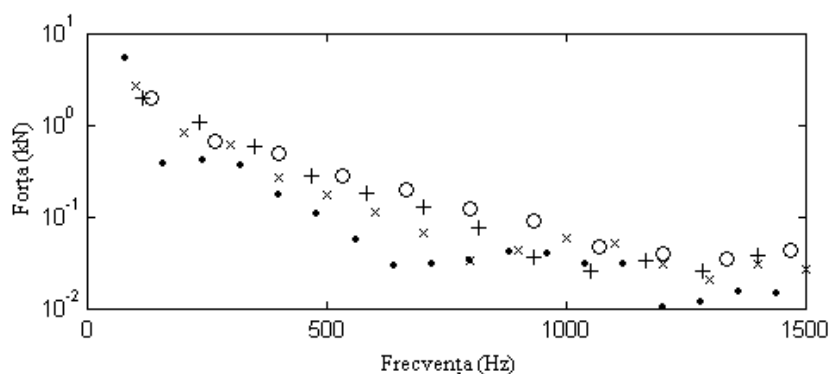


Fig. 8. Spectrul de frecvență al forței de contact:

•, $V = 48$ m/s; ×, $V = 60$ m/s; +, $V = 70$ m/s; ○, $V = 80$ m/s.

În afară de aceasta, pot fi remarcate mai multe tendințe. Astfel, într-o plajă largă de frecvențe ce se întinde de la cca. 300 Hz și până spre 1000 Hz, componentele spectrale devin mai mari atunci când viteza osiei crește. Pe de altă parte, în zona de frecvență cuprinsă între 200 și 300 Hz, mărimea componentelor spectrale este condiționată de apropierea frecvenței componentei de frecvența de antirezonanță produsă de al doilea mod propriu de încovoiere a osiei. În domeniul de rezonanță-antirezonanță al primului mod propriu de încovoiere a șinei pe traverse (cca. 1000-1200 Hz), se observă că la viteza de 60 m/s se manifestă o intensificare relativă a regimului permanent de vibrație. În fine, după cca. 1200 Hz identificăm din nou tendința de creștere a componentelor spectrale cu viteza. Aceste aspecte explică parțial de ce odată cu creșterea vitezelor de circulație, tot mai des suprafețele de rulare sunt afectate de uzura ondulatorie.

Vibrații cauzate de undulațiile suprafețelor de rulare. Când roata rulează pe șină în prezența neregularităților suprafețelor de rulare (ondulații, rugozități), sistemul roată-șină are două surse de excitație: prima este excitația parametrică provenită de la variația rigidității căii, iar a doua sursă este reprezentată de neregularitățile suprafețelor de rulare. Rezultatul suprapunerii efectelor celor două surse depinde de raportul dintre lungimea de undă a neregularității și distanța dintre traverse. Dacă acest raport este mult mai mare decât unitatea, regimul dinamic ar putea fi influențat în mod semnificativ de rezonanța parametrică. De exemplu, figura 9, a prezintă evoluția forței de contact la viteza de 48 m/s în cazul în care suprafața șinei este afectată de un defect de laminare cu amplitudinea de 0,2 mm și lungimea de undă 1,6 m [4]. Pentru comparație este prezentată și forța de contact în timpul regimului permanent de vibrație. Cele două mișcări sunt periodice, mișcarea peste defectul de laminare are perioada de 4,8 m, în timp ce regimul permanent de vibrație are perioada egală cu distanța dintre traverse. În ciuda acestei diferențe, evoluțiile sunt aproape identice, ceea ce înseamnă că influența defectului de laminare este neglijabilă. Acest lucru reiese și din comparația valorilor eficace ale forței de contact. Avem 3,93 kN la trecerea peste defectul de laminare și 3,90 kN în regimul permanent. În schimb, la viteza de 80 m/s, trecerea roții peste același defect conduce la o intensificare semnificativă a regimului de vibrație. Valoarea eficace a forței este 1,54 kN în regim permanent și crește la 2,72 kN atunci când șina este afectată de defectul de laminare.

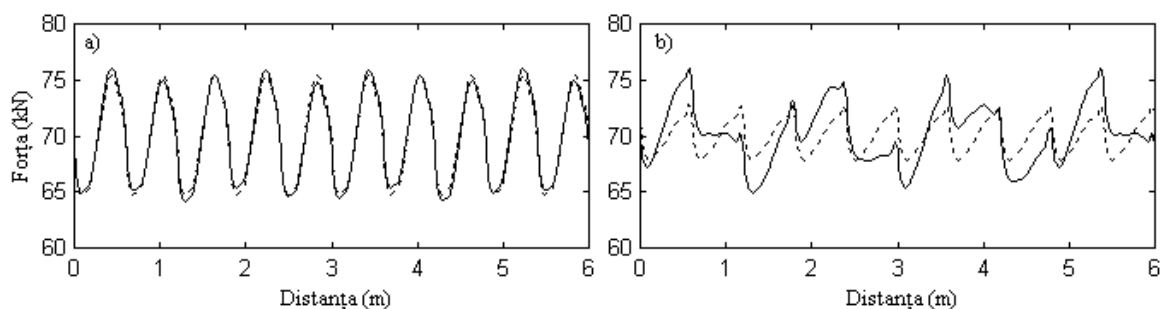


Fig. 9. Forța de contact:

a) 48 m/s; b) 80 m/s; —, defect de laminare; - - -, regim permanent.

Când lungimea de undă a ondulației suprafeței de rulare este mai mică decât distanța dintre traverse, mișcarea are aspectul unei vibrații modulate în amplitudine, în care purtătoarea are frecvența impusă de ondulația de pe suprafața de rulare, iar modulata are frecvența excitației parametrică datorată traverselor. Pentru a ilustra caracteristicile acestui regim de vibrații, se prezintă cazul în care roata rulează pe o șină cu uzură ondulatorie scurtă.

Figura 10 prezintă rezultatele numerice obținute în cazul rulării osiei cu 42 m/s pe o cale cu uzură ondulatorie scurtă de formă sinusoidală având lungimea de undă 80 mm și amplitudinea 15 μm . Frecvența purtătoare a vibrației modulate este 525 Hz și această valoare corespunde vitezei osiei și lungimii de undă a uzurii ondulatorii. Frecvența modulată este de 70 Hz (componenta fundamentală). Rezultă că mișcarea este periodică, iar perioada este 1,2/42 s. Aceasta revine unei frecvențe de 35 Hz. Datorită inerției, amplitudinea roții este mult mai mică decât amplitudinea șinei în punctul de contact cu roata.

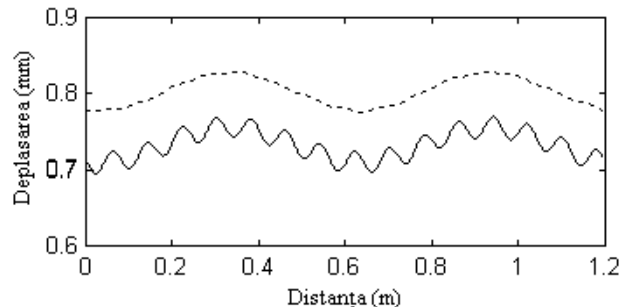


Fig. 10. Evoluția sistemului la 42 m/s, lungimea de undă a ondulației 80 mm, amplitudinea 15 μm : —, șină; - - -, roata.

Evoluția în timp a forței oferă o mai bună înțelegere a caracterului de vibrație modulată (fig. 11). Pe de altă parte, spectrul forței de contact are două feluri de componente, de la excitația parametrică și de la unda purtătoare. De fapt, vibrația este neliniară datorită contactului hertzian și a neliniarităților geometrice (efectul neliniar introdus de curbura roții). Din această cauză, unda purtătoare are mai multe armonici ale căror frecvențe sunt multipli întregi ai purtătoarei, kv_c , unde v_c este frecvența purtătoarei, iar k este un număr întreg.

Componentele spectrale modulate au frecvențele $kv_c \pm pv_0$, unde v_0 este frecvența excitației parametrică iar p este un număr întreg, independent de k . În general, cele două feluri de componente spectrale se pot suprapune sau nu. În cazul de față, componentele spectrale provenite de la excitația parametrică nu se suprapun cu cele ale purtătoarei și armonicilor a treia a acesteia. În schimb, se suprapun peste componentele spectrale date de armonica a doua a

purtătoarei. Explicația este evidentă, frecvența acestei armonici este un multiplu întreg al frecvenței excitației parametrice, în timp ce frecvențele purtătoarei și armonicii a treia a acesteia nu sunt multipli ai frecvenței de excitație parametrică.

În domeniul de frecvență al rezonanței primului mod propriu de încovoiere a șinei pe traverse, elasticitatea contactului este de același ordin de mărime cu receptanța șinei. Cum receptanța osiei este mult mai mică decât acestea, rezultă că elasticitatea contactului poate juca o influență semnificativă în acest domeniu de frecvență. Se reamintește că elasticitatea contactului depinde de forma profilurilor de rulare care însă se modifică în timp din cauza uzării. De regulă, curbura profilului roții se mărește, iar cea a șinei se micșorează. Rezultatul acestor tendințe este o rigidizare a contactului.

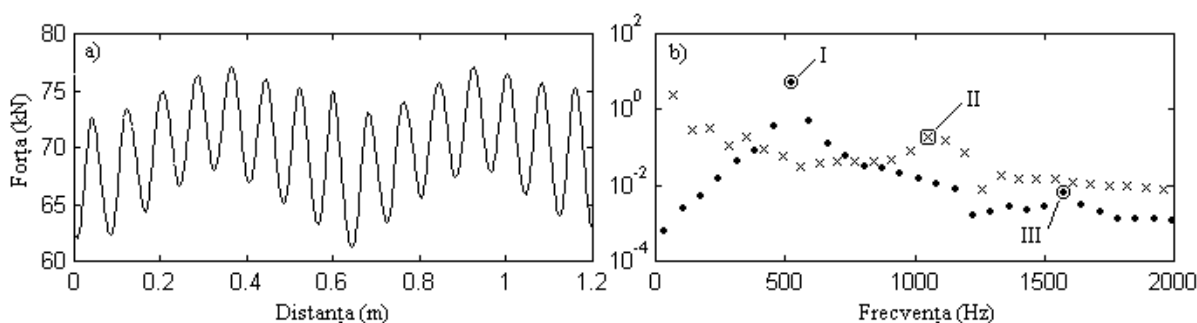


Fig. 11. Forța de contact roată-șină ($V = 42 \text{ m/s}$, $r_0 = 15 \text{ mm}$, $L = 80 \text{ mm}$):
 a) evoluția în timp; b) spectrul, •, componentele modulate; ×, componentele excitației parametrice;
 I, II, III, purtătoarea și armonicile.

Figura 12 prezintă forța de contact la viteza de 60 m/s când osia trece peste o ondulație a șinei cu amplitudinea de $10 \mu\text{m}$ și lungimea de undă de 60 mm . Frecvența undei purtătoare este de 1000 Hz , fiind în zona de frecvență menționată. Simularea numerică a avut în vedere două situații diferite și anume, contact elastic (profiluri de rulare noi) și contact rigid (raza profilului roții 450 mm și raza profilului șinei 400 mm). În cazul contactului elastic, forța de contact variază între $50,4 \text{ kN}$ și $86,9 \text{ kN}$ cu o valoare eficace de $8,69 \text{ kN}$. Dacă profilurile sunt uzate (contact rigid), atunci forța de contact oscilează între $46,8 \text{ kN}$ și $92,1 \text{ kN}$ având valoarea eficace situată la nivelul de $9,91 \text{ kN}$. Așadar, o creștere de 14% .

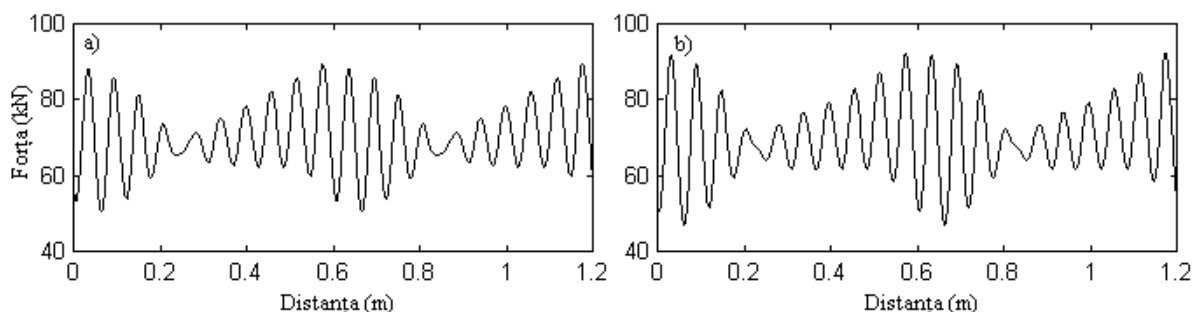


Fig. 12. Forța de contact roată-șină ($V = 60 \text{ m/s}$, $r_0 = 10 \mu\text{m}$, $L = 60 \text{ mm}$):
 contact elastic (profiluri noi); b) contact rigid
 (raza profilului roții 450 mm , raza profilului șinei 400 mm).

Figura 13 aduce informații suplimentare privind influența rigidității contactului asupra regimului de vibrații. În diagrama (a) regăsim spectrul forței de contact în cazul contactului rigid. Pentru datele luate în calcul, frecvența excitației parametrice este 100 Hz, ceea ce determină suprapunerea unei purtătoare și a componentelor modulate peste componentele spectrale ale excitației parametrice. Este evident că în cazul contactului elastic se obține un spectru asemănător.

Pentru a avea un instrument mai potrivit de comparație, s-a prezentat în diagrama (b) a figurii 13 raportul dintre componentele celor două spectre (contact rigid/contact elastic). Se constată că rigidizarea contactului are ca efect creșterea amplitudinii la componentele spectrale ale forței de contact începând de la 800 Hz. Pe de altă parte, între 500 și 800 Hz, forța de contact este mai mică comparativ cu situația în care avem contact elastic.

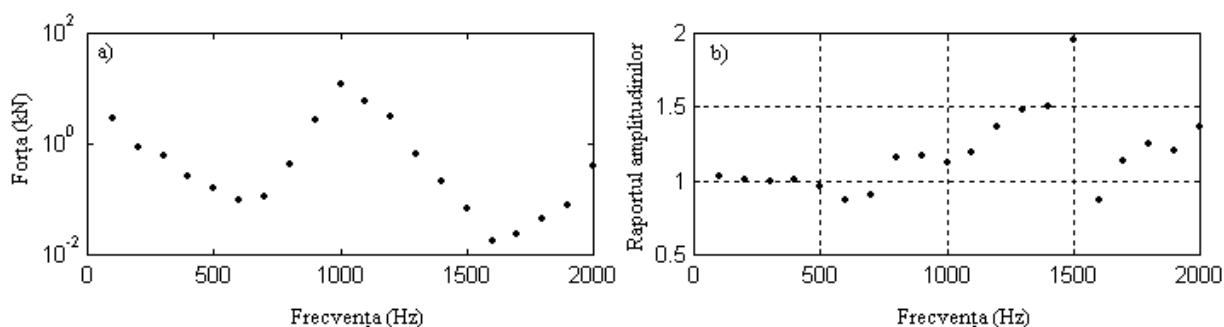


Fig. 13. Spectrul forței:
a) contact rigid; b) raportul dintre amplitudini (contact rigid/ contact elastic).

În concluzie, circulația cu profiluri de rulare uzate conduce la creșterea forței de contact la frecvențe înalte, în timp ce la frecvențe medii, forța de contact scade. Acest nou aspect a fost pus în evidență și în cazul căii cu șine încastrate elastic în plăci de beton [14].

Un ultim aspect care va fi tratat se referă la acuratețea rezultatelor obținute cu modelul osiei rigide care, datorită simplității sale, este preferat de multe ori modelului osiei elastice. Analiza în frecvență a sistemului roată-șină arată că rezultatele obținute cu cele două modele sunt similare pe largi domenii de frecvență. Cu toate acestea, sunt situații care scot în evidență limitele modelului osiei rigide. Ne referim în primul rând la rezonanța datorată primului mod propriu de încovoiere a osiei.

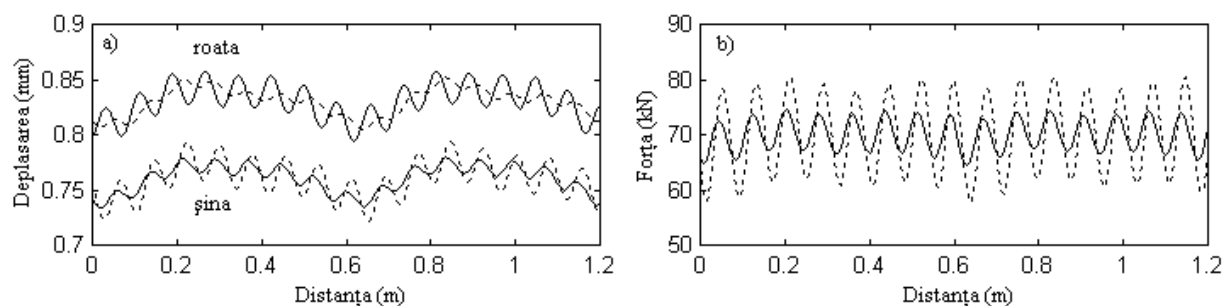


Fig. 14. Interacțiunea roată-șină ($V = 22$ m/s, $r_0 = 20$ μ m, $L = 78$ mm):
a) deplasări roată-șină; b) forța de contact, —, osie elastică; - - -, osie rigidă.

O altă situație asemănătoare se întâlnește la frecvența de rezonanță a celui de la doilea mod propriu de vibrație a osiei. Pentru datele luate în calculele prezentate, domeniul în

discuție se află la cca. 280 Hz. Rezultatele derivate de la cele două modele se regăsesc în fig. 14. S-a considerat viteza 22 m/s, amplitudinea undulației 20 μm și lungimea de undă 78 mm. Frecvența indusă de undulație este de 282 Hz. Modelul osiei rigide subestimează vibrația roții în timp ce vibrația șinei în punctul de contact cu roata este supraevaluată. Totodată, forța de contact are o variație dublă în raport cu cea obținută cu modelul osiei elastice.

4. CONCLUZII

Uzura ondulatorie este un defect specific suprafeței de rulare a șinei, capabil să genereze vibrații roată-șină. În particular, vibrațiile induse de uzura ondulatorie cu lungime de undă scurtă au ca efect emisia puternică de zgomot și slăbirea rezistenței mecanice a aparatului de rulare și a căii. La nivelul căii, consecința afectării aparatului mărunț de cale, a șinelor, traverselor și a patului de balast, o reprezintă tasarea căii.

În lucrare sunt prezentate o serie de rezultate legate de regimul dinamic al roții pe șină în prezența uzurii ondulatorii scurte. De asemenea, sunt evidențiate și aspecte ale regimului permanent de interacțiune roată-șină, când vibrațiile au o excitație de origine parametrică. Rezultatele prezentate sunt obținute prin simulări numerice bazate pe rezolvarea ecuațiilor de mișcare cu ajutorul metodei matricei Green a căii.

Prin evaluarea regimului permanent de vibrație se evidențiază diferențe notabile privind comportamentul sistemului roată-șină în funcție de viteză și de excitația parametrică, pe baza cărora poate fi explicată pe de o parte apariția uzurii ondulatorii scurte cel mai adesea în zona traverselor, iar pe de altă parte poate fi dată o explicație parțială legată de faptul că acest tip de uzură afectează suprafețele de rulare ale șinelor o dată cu creșterea vitezelor de circulație.

La traversarea neregularităților suprafeței de rulare ale șinei acestea devin sursă de excitație a sistemului roată-șină pe lângă cele datorate excitației parametrice provenită de la rigiditatea șinei. Rezultatul suprapunerii efectelor celor două surse depinde de raportul dintre lungimea de undă a neregularității și distanța dintre traverse. Când lungimea de undă a undulației suprafeței de rulare este mai mică decât distanța dintre traverse, mișcarea are aspectul unei vibrații modulate în amplitudine, în care purtătoarea are frecvența impusă de undulația de pe suprafața de rulare, iar modulata are frecvența excitației parametrice datorată traverselor.

Un rol determinant asupra regimului de vibrații roată-șină îl are elasticitatea contactului. Circulația cu profiluri uzate (contact rigid) determină creșterea forței de contact în domeniul frecvențelor înalte, în timp ce la frecvențe medii aceasta scade.

O evaluare a acurateții rezultatelor obținute cu modelul osiei rigide, care este de cele mai multe ori preferat datorită simplității sale, evidențiază faptul că prin această alegere este subestimată vibrația roții, în timp ce vibrația șinei în punctul de contact cu roata este supraevaluată. Totodată, forța de contact are o variație dublă în raport cu cea obținută cu modelul osiei elastice.

Această lucrare a fost elaborată în cadrul contractului cu tema “*Cercetări privind vibrațiile parametrice roată-șină bazate pe metoda matricei Green a căii*”, finanțată prin Planul Național PN-2, Programul Idei – Proiecte de cercetare exploratorie, cod 1699, beneficiar CNCSIS.

Bibliografie

- [1] **J. Alias** - „*Characteristics of wave formations in rails*”, Rail International, November 1986, pag. 17-23.
- [2] **S.L. Grassie, J. Kalousek** - „*Rail corrugation: characteristics, causes and treatments*”, Journal of rail and rapid transit, nr. 207, 1993, pag. 57-68.
- [3] **S. L. Grassie** - „*An investigation into the generation of corrugation by transient spin creep*”, Wear 101, 1985, pag. 161-174.
- [4] **K. Hempelmann, K. Knothe** - „*An extended linear model for the prediction of short pitch corrugation*”, Wear, 191, 1996, pag. 161-169.
- [5] **S. Müller** - „*A linear wheel/track model to predict instability and short pitch corrugation*”, Journal of Sound and Vibration, 227, 1999, pag. 899-913.
- [6] **J.C.O. Nielsen** - „*Numerical prediction of rail roughness growth on tangent railway tracks*”, Journal of Sound and Vibration 267, 2003, pag. 537-548.
- [7] **A. Johansson, J. C. O. Nielsen** - „*Rail corrugation growth-Influence of powered wheelsets with wheel tread irregularities*”, Wear 262, 2007, pag. 1296-1307.
- [8] **A. Nordborg** - “*Wheel/rail noise generation due to nonlinear effects and parametric excitation*”, J. Acoustical Soc. America, 111, 2002.
- [9] **K. Hou, J. Kalousek, R. Dong** - “*A dynamic model for an asymmetrical vehicle/track system*”, Journal of Sound and Vibration, 267, 2003.
- [10] **T.X. Wu, D.J. Thompson** - “*On the parametric excitation of the wheel/track system*”, Journal of Sound and Vibration, 278, 2004.
- [11] **T. Mazilu** - “*Green’s functions for analysis of dynamic response of wheel/rail to vertical excitation*”, Journal of Sound and Vibration, 306, 2007, pp. 31-58,
- [12] **T. Mazilu** - “*Prediction of the interaction between a simple moving vehicle and an infinite periodically supported rail-Green’s functions approach*”, Vehicle System Dynamics Vol. **48**, no. 9, September 2010, 1021-1042.
- [13] **T. Mazilu** - “*Vibrații roată-șină*”, Ed. Matrixrom, București, 2008.
- [14] **T. Mazilu** - “*Analysis of infinite structure response due to moving wheel in the presence of irregularities via Green’s function method*”, Proceedings of the Romanian Academy, Series A, nr. 2, 2009.