

# PROIECTAREA SISTEMULUI DE ARCURI AL CIURURILOR VIBRATOARE

## DESIGN OF THE SPRING SYSTEM OF THE VIBRATING SCREENS

**Prof. univ. dr. ing. Gheorghe I. ENE**

Departamentul Echipamente pentru Procese Industriale  
Facultatea Inginerie Mecanică și Mecatronică  
Universitatea POLITEHNICA din București, Romania

**Rezumat:** În lucrare se prezintă modul de determinare a caracteristicilor elastice ale rezemării carcasei ciururilor vibratoare inerțiale și calculul de dimensionare și de verificare pentru arcurile elicoidale de compresiune care compun sistemul elastic de rezemare.

**Cuvinte cheie:** Ciur vibrator, suport elastic, arc elicoidal, sistem de arcuri

**Abstract:** This paper presents how to determine the elastic characteristics of inertial vibrating screens housing supports as well as sizing and verification for compression coil springs that make the system vibration isolators.

**Keywords:** vibrating screen, elastic support, helical spring, spring system.

### 1. GENERALITĂȚI

Pentru a permite vibrațiile carcasei sitei sub acțiunea forței de excitație produse de generatorul inerțial de vibrații cu mase excentrice în mișcare de rotație, carcasa este rezemată pe batiu prin intermediul unui sistem elastic. Acesta este format de regulă din arcuri elicoidale care lucrează la compresiune [1, 2, 4, 6], dar poate fi format și din diferite tipuri de elemente elastice din cauciuc [3, 4, 8].

În cele ce urmează se calculează rezemările elastice formate din arcuri elicoidale de compresiune, pentru calculul diferitelor tipuri de elemente elastice din cauciuc putând fi consultate lucrările [3, 8].

### 2. DIMENSIONAREA ARCURILOR SISTEMULUI ELASTIC DE REZEMARE A CARCASEI CIURULUI

Pentru calculul sistemului elastic de rezemare a carcasei ciurului trebuie să se cunoască:

- masa a părții vibratoare (carcasa sitei, inclusiv generatorul de vibrații + materialul supus cernerii):  $m$ ;
- amplitudinea  $A$  a vibrației și pulsația de antrenare:  $\omega$ ;
- domeniul staționar de funcționare (postrezonanță):  $k_{\omega} = \omega / p_y$  ;
- momentul static al masei excentrice a vibratorului:  $m_0 \cdot r_0$ ;
- masa excentrică a vibratorului:  $m_0$ ;

- excentricitatea masei vibratorului:  $r_0$  ;
- factorul de amortizare după direcția verticală:  $2 \cdot n_y / p_y$ .

Pulsația proprie  $p_y$  a sistemului elastic, după direcția verticală, se determină din raportul  $k_\omega = \omega / p_y$ , cunoscând valoarea acestuia:

$$p_y = \omega / k_\omega$$

Constanta elastică după direcția verticală a sistemului de arcuri este dată de relația:

$$k_y = p_y^2 \cdot m \quad (1)$$

unde  $m$  este masa echipajului vibrator al ciurului (carcasa sitei, inclusiv generatorul de vibrații și materialul supus cernerii).

Se recomandă ca pulsația proprie a sistemului să nu depășească valorile  $p_y = 12 \dots 22 \text{ s}^{-1}$  pentru ca transmisibilitatea vibrațiilor la fundația mașinii să fie redusă [1, 3].

Constanta elastică a arcului elicoidal cilindric este determinată de relația [1, 3, 6]:

$$k_{1y} = \frac{G \cdot d^4}{8 \cdot D^3 \cdot i}, \quad (2)$$

unde  $G$  este modulul de elasticitate transversal al materialului din care se realizează arcul;  $d$  - diametrul sârmei;  $D$  - diametrul mediu de înfășurare;  $i$  - numărul de spire active.

Constanta elastică a sistemului de rezemare al carcusei ciurului este:

$$k_y = u \cdot k_{1y} = \frac{G \cdot d^2 \cdot u}{8 \cdot D^3 \cdot i} \quad (3)$$

unde  $u$  este numărul de arcuri (se utilizează un număr par de arcuri).

Cu relația (3) se dimensionează a sârma arcului:

$$d = \frac{8 \cdot i \cdot C^3 \cdot k_y}{u \cdot G} \quad (4)$$

unde  $C = D/d$  este coeficientul arcului.

Datele furnizate de construcția și exploatarea mașinilor vibratoare, precum și cele furnizate de studiul rezistenței la oboseală a arcurilor, conduc la valori  $C = 6 \dots 10$  [1, 2, 6].

Cunoscând diametrul sârmei se determină principalele elemente geometrice ale arcului elicoidal de compresiune:

- înălțimea arcului blocat este [4]:

$$h_b = (i_t - 0,5) \cdot d \quad (5)$$

unde  $i_t$  este numărul total de spire.

Pentru arcurile de compresiune cu capete prelucrate (planate) numărul total de spire  $i_t$  este determinat de relația [5]:

$$i_t = i + 1,75 \quad (6)$$

unde  $i$  este numărul spirelor active.

- înălțimea arcului liber este:

$$h_0 = h_b + i \cdot (p_s - d) \quad (7)$$

unde  $p_s$  este pasul spirelor;

## Proiectarea sistemului de arcuri al ciururilor vibratoare

- pasul spirelor se adoptă astfel încât în timpul funcționării arcul să nu se blocheze (să nu se așeze spiră pe spiră) [4]:

$$p_s = d + \frac{\delta_{st} + (1,15...1,30) \cdot A}{i} \quad (8)$$

unde  $A$  este amplitudinea vibrațiilor în regimul staționar de funcționare ;  $\delta_{st}$  – săgeata statică (v. relația (13)).

Deoarece amplitudinea la rezonanță  $A_r$  este mai mare de 5...10 ori decât amplitudinea  $A$  în regimul staționar de funcționare, atunci când se dorește ca arcul să nu se blocheze la trecerea prin rezonanță (îndeosebi la oprirea ciurului când trecerea prin rezonanță durează un interval mai mare de timp decât în cazul pornirii ciurului) în relația anterioară se înlocuiește  $A$  cu  $A_r$ .

Amplitudinea la rezonanță se obține utilizând relația:

$$A_y = \frac{m_0 \cdot r_0}{m} \cdot A_{0,y} \quad (9)$$

unde:

$$A_{0,y} = \frac{\left(\frac{\omega}{p_y}\right)^2}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{p_y^2}\right)^2 + \left(\frac{2 \cdot n_y}{p_y}\right)^2 \left(\frac{\omega}{p_y}\right)^2}} \quad (10)$$

este factorul de amplificare (în care se consideră  $2 \cdot n_y / p_y = 0,2$  și  $\omega / p = 1$ ).

- Înălțimea arcului sub acțiunea încărcării statice este dată de relația:

$$h_s = h_0 - \delta_{st} \quad (11)$$

Este necesar ca  $h_s - h_b > A$  (în cazul rezonanței  $h_s - h_b > A_r$ ).

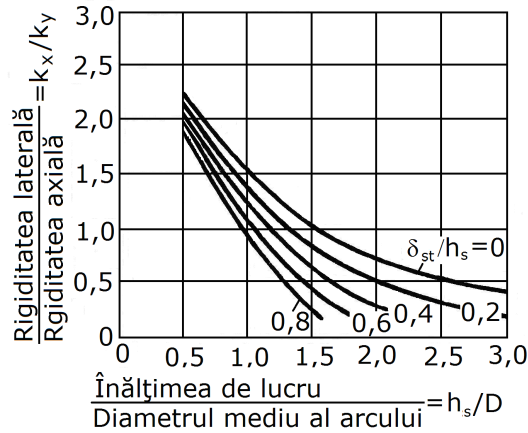
- Săgeata dinamică variază între limitele:

$\delta_{d \max} = \delta_{st} + A$  ;  $\delta_{d \min} = \delta_{st} - A$  , în care  $A$  este amplitudinea vibrațiilor echipajului mobil al ciurului.

Pentru a stabili dimensiunile arcului, care depind de unghiul de înfășurare și de numărul de spire active (considerat cunoscut în relația (4)), este necesar să se determine constanta elastică transversală a arcului. Acesta depinde de cinematica mișcării mașinii care, la rândul ei, este impusă de factori tehnologici.

Pentru arcurile elicoidale de compresiune din sârmă rotundă de oțel cu modulele de elasticitate  $E = 20,67 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$  și  $G = 7,92 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ , precum și pentru arcurilor realizate din alte materiale decât oțel dar pentru care  $E/G \approx 2,6$  [5], raportul dintre rigiditățile laterală  $k_x$  și axială  $k_y$  se determină utilizând figura 1 [5].

În figura 1 sunt reprezentate grafic curbele de variație ale raportului  $k_y/k_x$  în funcție de  $h_s/D$  ( $h_s$  – înălțimea arcului în stare comprimată;  $D$  - diametrul mediu de înfășurare al arcului) pentru diferite valori ale raportului  $\delta_{st}/h_s$  ( $\delta_{st}$  – săgeata arcului în stare comprimată).



**Fig. 1. Reprezentarea grafică a raportului dintre rigiditățile laterală  $k_z$  și axială  $k_x$  în funcție mărimile  $h_s/D$  și  $\delta_{st}/h_s$ , pentru arcurile elicoidale care lucrează la compresie.**

Se cunosc:

- diametrul mediu de înfășurare:  $D$ , mm;
- diametrul sârmei:  $d$ , mm;
- înălțimea liberă:  $h_0$ , mm;
- numărul de spire active:  $i$ .

Se determină:

- Forța axială care încarcă un arc:

$$F_1 = \frac{m \cdot g}{u} \quad (11)$$

unde  $g$  este accelerația gravitației ( $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ );

- Rigiditatea în direcție axială a unui arc:

$$k_{1y} = \frac{k_y}{u} \quad (12)$$

unde  $u$  este numărul de arcuri (se utilizează un număr par de arcuri);

- Săgeata axială a arcului:

$$\delta_{st} = \frac{F_1}{k_{1y}} = \frac{m \cdot g}{u \cdot k_{1y}} = \frac{m \cdot g}{k_y} \quad (13)$$

- Înălțimea arcului comprimat:

$$h_s = h_0 - \delta_{st} \quad (14)$$

unde  $h_0$  este înălțimea arcului liber (necomprimat) (v. relația (7)).

- Se determină valorile rapoartelor:

$$h_s/D; \delta_{st}/h_s.$$

- Cu valorile acestor rapoarte, utilizând diagrama din figura 1, se determină valoarea  $k_{lx}/k_{ly} = m$  din care rezultă:  $k_{lx} = m \cdot k_{ly}$ .

- Constanta elastică transversală a sistemului de arcuri este:  $k_x = u \cdot m \cdot k_{ly} = m \cdot k_y$

Cunoscând constanta elastică transversală se determină pulsația proprie a sistemului elastic după direcția orizontală:

$$p_x = \sqrt{\frac{k_x}{m}} \quad (15)$$

În cazul regimului de funcționare în postrezonanță efectul amortizării fiind nesemnificativ, amplitudinea vibrației în direcția orizontală este determinată de relația:

$$A_x = \frac{m_0 \cdot r_0}{m} \cdot \frac{\omega^2}{|p_x^2 - \omega^2|} \quad (16)$$

Relația (16) determină valoarea pulsației proprii după direcția orizontală atunci când este impusă, de către factorii tehnologici, amplitudinea vibrației după această direcție:

$$p_x = \omega \cdot \sqrt{1 - \frac{r_0}{A_x} \cdot \frac{m_0}{m}} \quad (17)$$

### 3. VERIFICAREA REZISTENȚEI ARCURILOR

Încărcarea totală a unui arc este [4]:

$$F_{1t} = \frac{m \cdot g}{u} + k_{1y} \cdot A \quad (18)$$

Tensiunea de răsucire  $\tau$  pe secțiunea transversală a sârmei arcului la interiorul spirei (punctul  $b$  (v. fig. 2)) se determină cu relația:

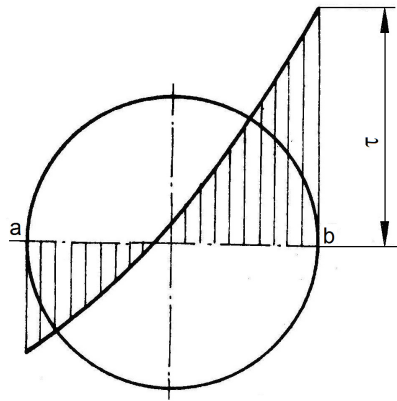
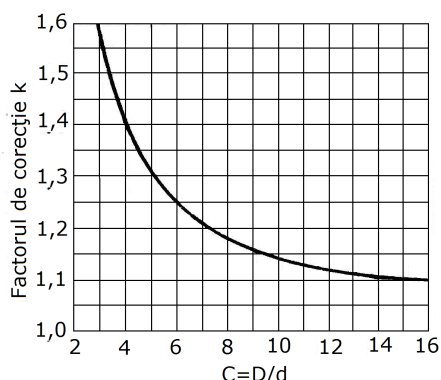


Fig. 2. Distribuția tensiunii de forfecare pe secțiunea transversală a sârmei.

$$\tau = k \cdot \frac{8 \cdot F_{1t} \cdot D}{\pi \cdot d^3} \quad (19)$$

în care coeficientul de corecție, care depinde de indicele arcului  $C = D/d$ , se determină utilizând diagrama din figura 3 [5].



**Fig. 3. Diagrama factorului de corecție k (pentru arcuri elicoidale de compresiune sau de întindere) realizate din sârmă rotundă, în funcție de indicele arcului C.**

Trebuie îndeplinită condiția de rezistență:

$$\tau < \tau_{ad}$$

unde  $\tau_{ad} = 150 \dots 180 \text{ MPa}$ .

#### 4. EFECTUL EXCENTRICITĂȚII ÎNCĂRCĂRII ASUPRA TENSIUNII DE RĂSUCIRE DIN ARC

Dacă un arc de compresiune cu spirele de capăt planate este comprimat între două plăci paralele direcția forței care încarcă arcul are o mică deplasare (excentricitate) față de axa geometrică a arcului. Această excentricitate are ca efect sporirea tensiunii de forfecare pe o parte a spirei și reducerea acestei tensiuni pe cealaltă parte a spirei. Excentricitatea  $e$  a sarcinii depinde de diametrul mediu de înfășurare al arcului și, îndeosebi, de numărul de spire al acestuia, conform relației [5]:

$$e = 0,56 \cdot D \cdot \left( \frac{0,504}{i_1} + \frac{0,121}{i_1^2} + \frac{2,06}{i_1^3} \right) \quad (20)$$

unde, pentru arcurile de compresiune obișnuite, cu capetele prelucrate (planate):

$$i_1 = i_t - 0,5 \quad (21)$$

în care  $i_t$  este numărul total de spire.

Pentru arcurile utilizate în practică, valorile excentricității pot varia în limite largi datorită diferitelor forme ale spirelor de capăt, relația (20) dând numai o evaluare aproximativă.

Tensiunea  $\tau_e$  din arc, ținând seama excentricitatea încărcării, este dată de relația [5]:

$$\tau_e = \tau \cdot \left( 1 + 2 \cdot \frac{e}{D} \right) \quad (22)$$

unde  $\tau$  este tensiunea din arc la care încărcarea este perfect axială.

Efectul excentricității încărcării are o importanță mai mare la arcurile cu un număr mai redus de spire. De exemplu, pentru un arc cu 5 spire încărcat excentric, tensiunea din arc este mai mare cu 15 % față de situația când este încărcat perfect centric [5].

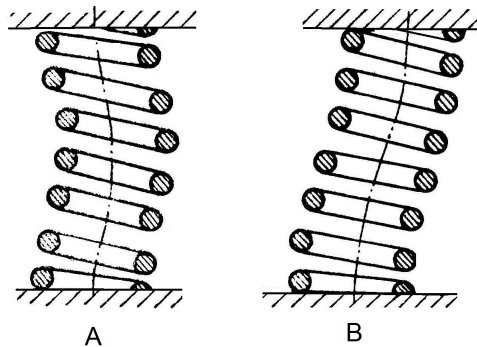
## 5. INFLUENȚA DIAMETRELOR SĂRMEI ȘI SPIREI ASUPRA RIGIDITĂȚII ARCULUI

Deoarece rigiditatea arcului este proporțională cu  $d^4$  ( $d$  - diametrul sârmei) și invers proporțională cu  $D^3$  ( $D$  - diametrul mediu de înfășurare al arcului), variații mici ale acestor diametre determină variații relativ mari ale rigidității arcului. Din această cauză, pentru arcurile existente în practică rigiditatea acestora variază cu 5...10 % față de valoarea de proiectare [5]. Toleranțe privind diametrul sârmei și diferite dimensiuni ale arcului (diametrul interior și exterior al spirei, înălțimea (lungimea) liberă a arcului) sunt indicate în literatura de specialitate.

## 6. FLAMBAJUL ARCURILOR DE COMPRESIUNE

Sub sarcină, arcurile elicoidale care lucrează la compresiune pot să-și piardă stabilitatea. Pentru a evita acest neajuns trebuie ca arcul să aibă o anumită valoare a raportului  $h_0/D$  ( $h_0$  - înălțimea arcului necomprimat;  $D$  - diametrul mediu de înfășurare al acestuia) astfel încât sarcina efectivă de lucru să fie întotdeauna mai mică decât sarcina critică de flambaj.

În practică se întâlnesc frecvent tipurile de flambaj ale arcurilor de compresiune prezentate în figura 4, cazul B fiind specific rezemării diferitelor echipamente dinamice, inclusiv a ciururilor vibratoare.



**Fig. 4. Modurile de flambaj ale arcurilor elicoidale cilindrice de compresiune.**  
**A - când în timpul comprimării capetele arcului rămân pe aceeași axă, iar planurile în care acestea se găsesc rămân paralele; B - când în timpul comprimării, capetele arcului rămân în plane paralele dar nu mai rămân pe aceeași axă, unul dintre ele fiind fix iar celălalt deplasându-se lateral, fără să se rotească.**

Deformația critică  $\delta_{cr}$  (deformația la care apare flambajul arcului comprimat) depinde de înălțimea liberă  $h_0$  a arcului, de valoarea raportului  $h_0/D$  și de modul de fixare a capetelor arcului. Curbele de variație ale raportului  $\delta_{cr}/h_0$  în funcție de raportul  $h_0/D$  și de tipul flambajului (cazurile A și B) sunt prezentate în diagrama din figura 5 [5]. Din această diagramă, cunoscând valoarea raportului  $h_0/D$ , se poate determina mărimea raportului  $\delta_{cr}/h_0$  și din aceasta valoarea deformației critice  $\delta_{cr}$ . Sarcina pentru care arcul își pierde stabilitatea (flambează) este determinată de relația:

$$F_{1cr} = \left( \frac{\delta_{cr}}{h_0} \right) \cdot h_0 \cdot k_{1y} \quad (23)$$

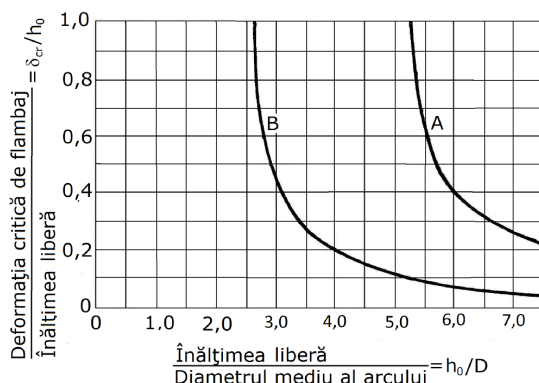
unde  $k_{Iy}$  este rigiditatea axială a arcului.

Curba de stabilitate pentru cazul  $B$  se aplică și arcurilor ale căror capete sunt fixate ca în cazul  $A$ , dar care pot avea mișcări de pivotare.

Arcurile comprimate între plăci conform cazurilor  $A$  și  $B$  (fig. 4) au sarcini de flambaj ceva mai mici decât cele determinate utilizând diagrama din figura 5 [5]. Aceasta se datorează atât faptului că planele în care se găsesc capetele arcului nu rămân paralele în timpul comprimării acestuia, cât și faptului că încărcarea are o anumită excentricitate, chestiuni care nu au fost luate în considerare la stabilirea diagramei din figura 5. Rezultatele încercărilor arcurilor cu capetele fixate astfel încât acestea să rămână pe aceeași axă (cazul  $A$ ), dar care să permită pivotarea lor, concordă cu rezultatele determinate prin utilizarea curbei din cazul  $B$ .

Analizând diagrama din figura 5 se constată că:

- arcul fixat ca în cazul  $A$ , comprimat până la atingerea spirelor, nu își pierde stabilitatea dacă este îndeplinită condiția  $h_0/D < 5,3$ .
- arcul fixat ca în cazul  $B$ , comprimat până la atingerea spirelor, nu își pierde stabilitatea dacă este îndeplinită condiția  $h_0/D < 2,7$ .



**Fig. 5. Curbele pentru determinare deformației critice de flambaj a arcurilor elicoidale pentru cazurile A și B din figura 7.**

Verificarea arcului la pierderea stabilității

În general, arcurile de compresiune utilizate ca izolatori de vibrații au capetele fixate conform schemei  $B$  din figura 4. Arcurile se caracterizează prin următoarele mărimi:

- înălțimea liberă:  $h_0$ , mm;
- diametrul mediu de înfășurare:  $D$ , mm;
- raportul  $h_0/D$ ;
- diametrul sârmei:  $d$ , mm;
- numărul de spire active:  $i$ ;
- modulul de elasticitate transversal al materialului arcului:  $G=7,92 \cdot 10^{10}$  N/m<sup>2</sup>;
- forța maximă care încarcă arcul:  $F_1$ , N.

Se determină:

- raportul  $h_0/D$ ;
- utilizând curba corespunzătoare din figura 5 se determină, pentru valoarea cunoscută  $h_0/D$ , mărimea raportului  $\delta_{cr}/h_0$ .
- deformația (săgeata) la care apare instabilitatea (flambajul) arcului este:



## Proiectarea sistemului de arcuri al ciururilor vibratoare

$$\delta_{cr} = (\delta_{cr}/h_0) \cdot h_0. \quad (24)$$

- rigiditatea arcului  $k_{1y}$ ;

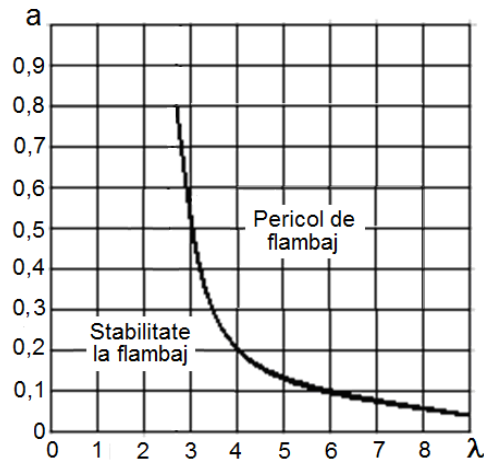
- forța de încărcare a arcului la care apare instabilitatea (flambajul) arcului este:

$$F_{1cr} = \left( \frac{\delta_{cr}}{h_0} \right) \cdot h_0 \cdot k_{1y} = \delta_{cr} \cdot k_{1y}. \quad (25)$$

- Pentru ca arcul să nu-și piardă stabilitatea trebuie ca încărcarea efectivă maximă  $F_1$  să fie menținută cu mult sub valoarea  $F_{1cr}$ , adică  $F_1 \ll F_{1cr}$ .

Dacă arcul are ambele capete fixate în așa fel încât acestea să rămână aliniată (cazul A), flambajul nu apare chiar dacă arcul este comprimat până spirele lui vin în contact.

Verificarea la flambaj a arcurilor elicoidale comprimate se poate realiza și prin utilizarea diagramei din figura 6 [7].



**Fig. 6. Diagramă pentru verificarea la flambaj a arcurilor elicoidale de compresiune.**  
 $a = \delta_{st}/h_0$ ;  $\lambda = h_0/D$ ;  $\delta_{st}$  - săgeata arcului comprimat;  $h_0$  - înălțimea arcului în stare necomprimită;  $D$  - diametrul mediu de înfășurare.

## 8. FRECVENȚA PROPRIE A VIBRAȚIILOR ARCULUI

Frecvența proprie cea mai mică (frecvența fundamentală) a vibrațiilor unui arc elicoidal montat între două plăci paralele și comprimat cu o sarcină variabilă este determinată de relația [3, 5]:

$$f_n = \frac{2 \cdot d}{\pi \cdot D^2 \cdot i} \cdot \sqrt{\frac{G}{32 \cdot \rho}} \text{ Hz} \quad (26)$$

unde  $d$  este diametrul sârmei,  $m$ ;  $D$  - diametrul mediu de înfășurare al arcului,  $m$ ;  $G$  - modulul de elasticitate transversal al materialului sârmei arcului,  $N/m^2$ ;  $\rho$  - densitatea materialului sârmei arcului,  $kg/m^3$ ;  $i$  - numărul spirelor active.

Pentru arcuri realizate din sârmă de oțel cu  $G = 7,92 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$  și  $\rho = 7,85 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ , relația (46) devine:

$$f_n = \frac{358,14 \cdot d}{D^2 \cdot i} \text{ Hz}. \quad (27)$$

Pentru evitarea rezonanței trebuie ca frecvența proprie a arcului să fie diferită de frecvența vibrațiilor ciurului. În general, frecvența proprie a arcului are valori mult mai mari decât frecvența vibrațiilor ciurului, astfel încât nu există pericolul de rezonanță.

## 9. EXEMPLU DE CALCUL

Se consideră același ciur vibrator inerțial care a făcut obiectul exemplului de calcul din prima parte a articolului. Ciurul se caracterizează prin:

- masa sistemului vibrator:  $m = 650 \text{ kg}$ ;
- amplitudinea vibrației după direcția verticală:  $A_y = A = 2,5 \text{ mm}$ ;
- pulsația forței perturbatoare:  $\omega = 100,55 \text{ s}^{-1}$  (turația vibratorului:  $n = 960 \text{ rot/min}$ );
- masa excentrică a vibratorului:  $m_0 = 14 \text{ kg}$ ;
- excentricitatea masei:  $r_0 = 120 \text{ mm}$ ;
- regim de funcționare în postrezonanță cu  $k_\omega = \omega/p_y = 5$ ;
- factorul de amortizare după direcția verticală:  $2 \cdot n_y/p_y = 0,2$ .

### Dimensionarea sistemului elastic de rezemare a carcasei sitelor

Pentru rezemarea carcasei sitelor pe batiul ciurului se utilizează un sistem elastic format din patru grupuri de câte două arcuri elicoidale de compresiune.

#### Constanta elastică axială a sistemului de arcuri

- Pulsația proprie a sistemului elastic:

$$p_y = \frac{\omega}{k_\omega} = \frac{100,55}{5} = 20,11 \text{ s}^{-1},$$

- Constanta elastică a sistemului de arcuri, după direcția verticală (axială):

$$k_y = p_y^2 \cdot m = 20,11^2 \cdot 650 = 2,7 \cdot 10^5 \text{ N/m}.$$

Se adoptă pentru sistemul de arcuri:

- numărul total de arcuri :  $u = 8$ ;
- coeficientul arcului:  $c = 7$ ;
- numărul de spire active ale arcului:  $i = 8$ ;
- arcul este realizat din oțel cu  $G = 8,1 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ .

#### Caracteristicile constructive ale arcurilor

Se determină:

- diametrul sârmei arcului:

$$d = \frac{8 \cdot i \cdot c^3 \cdot k_y}{u \cdot G} = \frac{8 \cdot 8 \cdot 7^3 \cdot 2,7 \cdot 10^5}{8 \cdot 8,1 \cdot 10^{10}} = 0,010 \text{ m} = 10 \text{ mm}.$$

- diametrul mediu de înfășurare al arcului:

$$D = c \cdot d = 7 \cdot 10 = 70 \text{ mm}.$$

- constanta elastică a unui arc:

$$k_{1y} = \frac{k_y}{u} = \frac{2,7 \cdot 10^5}{8} = 0,34 \cdot 10^5 \text{ N/m}.$$

Proiectarea sistemului de arcuri al ciururilor vibratoare

- forța totală care încarcă un arc:

$$F_{1r} = \frac{m \cdot g}{u} + k_{1y} \cdot A = \frac{650 \cdot 9,81}{8} + 0,34 \cdot 10^5 \cdot 0,0025 = 800 + 170 = 970 \text{ N} .$$

- săgeata statică a arcului:

$$\delta_{st} = \frac{F_1}{k_{1y}} = \frac{m \cdot g}{u \cdot k_{1y}} = \frac{m \cdot g}{k_y} = \frac{650 \cdot 9,81}{2,7 \cdot 10^5} = 0,0235 \text{ m} = 23,5 \text{ mm} .$$

- factorul de amplificare la rezonanță ( $\omega / p_y = 1; 2 \cdot n_y / p_y = 0,2$ ):

$$A_{0y} = \frac{\left(\frac{\omega}{p_y}\right)^2}{\left[\left(1 - \frac{\omega^2}{p_y^2}\right)^2 + \left(\frac{2 \cdot n_y}{p_y}\right)^2 \left(\frac{\omega}{p_y}\right)^2\right]^{1/2}} = \frac{1^2}{\left[\left(1 - 1^2\right)^2 + 0,2^2 \cdot 1^2\right]^{1/2}} = 5$$

- amplitudinea vibrațiilor la rezonanță:

$$A_r = A \cdot A_{0y} = 2,5 \cdot 5 = 12,5 \text{ mm}$$

- pasul spirelor:

$$p_s = d + \frac{\delta_{st} + (1,15 \dots 1,30) \cdot A_r}{i} = 10 + \frac{23,5 + 1,25 \cdot 12,5}{8} = 15 \text{ mm} .$$

- unghiul de înfășurare al arcului, în stare liberă:

$$\alpha = \text{arctg} \frac{p_s}{\pi \cdot D} = \text{arctg} \frac{15}{\pi \cdot 70} = 4^\circ .$$

- numărul numărul total de spire  $i_t$  (arc cu capete prelucrate (planate)):

$$i_t = i + 1,75 = 8 + 1,75 = 9,75 .$$

- înălțimea arcului blocat:

$$h_b = (i_t - 0,5) \cdot d = (9,75 - 0,5) \cdot 10 = 92,5 \text{ mm} .$$

- înălțimea arcului liber:

$$h_0 = h_b + i \cdot (p_s - d) = 92,5 + 8 \cdot (15 - 10) = 132,5 \text{ mm} .$$

- Înălțimea arcului sub acțiunea încărcării statice este:

$$h_s = h_0 - \delta_{st} = 132,5 - 23,5 = 109 \text{ mm} .$$

- Condiția de evitare a blocării arcului în cazul rezonanței, este îndeplinită:

$$h_s - h_b = 109 - 92,5 = 16,5 \text{ mm} > A_r = 12,5 \text{ mm} .$$

- Săgeata dinamică a arcului variază între limitele:

$$\delta_{d \max} = \delta_{st} + A = 23,5 + 2,5 = 26 \text{ mm} ;$$

$$\delta_{d \min} = \delta_{st} - A = 23,5 - 2,5 = 21 \text{ mm} .$$

**Constanta elastică transversală a sistemului de arcuri**

- Se determină valorile rapoartelor:

$$\frac{h_s}{D} = \frac{109}{70} = 1,557; \quad \frac{\delta_{st}}{h_s} = \frac{23,5}{109} = 0,215.$$

- Cu valorile acestor rapoarte, utilizând diagrama din figura 4, se determină valoarea  $k_{1x}/k_{1y} = 0,75$ .

- Constanta elastică transversală a sistemului de arcuri are valoarea:

$$k_x = (k_{1x}/k_{1y}) \cdot k_y = 0,75 \cdot 2,7 \cdot 10^5 = 2,0 \cdot 10^5 \text{ N/m}.$$

Această valoare a constantei elastice transversale a sistemului de arcuri determină:

- Pulsăția proprie a sistemului elastic după direcția orizontală:

$$p_x = \sqrt{\frac{k_x}{m}} = \sqrt{\frac{2,0 \cdot 10^5}{650}} = 17,54 \text{ s}^{-1}.$$

- Amplitudinea vibrației în direcția orizontală:

$$A_x = \frac{m_0 \cdot r_0}{m} \cdot \frac{\omega^2}{|p_x^2 - \omega^2|} = \frac{14 \cdot 0,12}{650} \cdot \frac{100,55^2}{|17,54^2 - 100,55^2|} = 0,0027 \text{ m} = 2,7 \text{ mm}.$$

- Mărimea:

$$\sin \varphi_y = \frac{2 \cdot n_y / p_y}{\omega / p_y} \cdot A_{0,y} = \frac{0,2}{5} \cdot 1,04 = 0,0416.$$

- Unghiul de defazare:  $\varphi_y = \arcsin 0,0416 = 2,4^\circ$ .

- La același rezultat se ajunge utilizând relația:

$$\varphi_y = \arctg \frac{2 \cdot n_y}{|p_y^2 - \omega^2|} = \arctg \frac{\frac{2 \cdot n_y}{p_y} \cdot \omega}{\left|1 - \frac{\omega^2}{p_y^2}\right|} = \arctg \frac{0,2 \cdot 5}{|1 - 5^2|} = 2,4^\circ.$$

### Verificarea rezistenței arcurilor

- Tensiunea de răsucire din sârma arcului:

$$\tau = k \cdot \frac{8 \cdot F_{tr} \cdot D}{\pi \cdot d^3} = 1,2 \cdot \frac{8 \cdot 970 \cdot 0,07}{\pi \cdot 0,01^3} = 26 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 26 \text{ MPa}$$

unde coeficientul de corecție are valoarea  $k = 1,2$  (v. fig. 3).

- Condiția de rezistență este satisfăcută:

$$\tau = 26 \text{ MPa} < \tau_{ad} = 150 \dots 180 \text{ MPa}.$$

Efectul excentricității încărcării arcurilor

- Excentricitatea încărcării:

$$e = 0,56 \cdot D \cdot \left( \frac{0,504}{i_1} + \frac{0,121}{i_1^2} + \frac{2,06}{i_1^3} \right) = 0,56 \cdot 70 \cdot \left( \frac{0,504}{9,25} + \frac{0,121}{9,25^2} + \frac{2,06}{9,25^3} \right) = 4,43 \text{ mm}$$

unde (pentru arcurile de compresiune cu capetele prelucrate (planate)):

## Proiectarea sistemului de arcuri al ciururilor vibratoare

$$i_1 = i_t - 0,5 = 9,75 - 0,5 = 9,25$$

- Tensiunea de răsucire din arc, ținând seama excentricitatea încărcării:

$$\tau_e = \tau \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{e}{D}\right) = 26 \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{4,43}{70}\right) = 29,3 \text{ MPa}$$

- Condiția de rezistență este satisfăcută și în această situație.

### Verificarea arcului la pierderea stabilității

- Se determină valoarea raportului:

$$\frac{h_0}{D} = \frac{132,5}{70} = 1,9.$$

- Pentru această valoare a raportului  $h_0/D$ , arcul nu își pierde stabilitatea în timpul funcționării (v. diagramele din figurile 5 și 6).

### Condiția de evitare a rezonanței arcului

- Frecvența fundamentală a arcului:

$$f_n = \frac{2 \cdot d}{\pi \cdot D^2 \cdot i} \cdot \sqrt{\frac{G}{32 \cdot \rho}} = \frac{2 \cdot 0,01}{\pi \cdot 0,07^2 \cdot 8} \cdot \sqrt{\frac{8,1 \cdot 10^{10}}{32 \cdot 7800}} = 92,5 \text{ Hz}.$$

- Frecvența forței perturbatoare (de excitație) a ciurului:

$$f_\omega = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} = \frac{100,55}{2 \cdot \pi} = 16 \text{ Hz}.$$

- Condiția de evitare a rezonanței arcului este îndeplinită :

$$f_n = 92,5 \text{ Hz} \gg f_\omega = 16 \text{ Hz} \left( \frac{f_n}{f_\omega} = \frac{92,5}{16} = 5,78 \right).$$

## 7. CONCLUZII

Caracteristicile elastice ale sistemului de rezemare a carcasei ciurului sunt determinate de condițiile tehnologice de realizare a cernerii, care impun parametrii vibrațiilor (amplitudinile și forma traiectoriei acestora). Prin urmare, dimensionarea arcurilor sistemului elastic de rezemare trebuie să facă astfel încât să se asigure parametrii regimului vibrator al ciurului.

La stabilirea caracteristicilor geometrice ale arcurilor trebuie să se țină seama că ele trebuie să preia amplitudinile vibrațiilor atât în timpul regimului staționar de funcționare cât la și la trecerea prin rezonanță, când au valori mult mai mari.

Pe lângă condițiile geometrice și de rezistență, arcurile de compresiune ale sistemului elastic trebuie să satisfacă și exigențe privind flambajul (pierderea stabilității) și frecvența proprie (evitarea rezonanței arcurilor), care influențează asupra regimului de funcționare al ciurului și asupra performanțelor lui.

**Bibliografie**

- [1] **Ene, Gh.**, *Echipamente pentru clasarea și sortarea materialelor solide polidisperse*, Editura Matrix Rom, București, 2005.
- [2] **Ene, Gh.**, *Aspecte privind calculul morilor vibratoare*, Buletinul IPB, seria Construcții de mașini, tom L, 1988, p. 73-86
- [3] **Ene, Gh., Pavel, C.**, *Introducere în tehnica izolării vibrațiilor și a zgomotului*, Editura Matrix Rom, București, 2012.
- [4] **Vaisberg, L. A.**, *Proektirovanie i rascet vibraționnîh grohotov*, Izd. Nedra, Moskva 1986.
- [5] **Cyril M. Harris, Charles E. Crede**, *Șocuri și vibrații, vol. II*, Editura Tehnică, București, 1968 (p. 518-536).
- [6] **Munteanu, M.**, *Introducere în dinamica mașinilor vibratoare*, Editura Academiei, București, 1986.
- [7] **Maria Lăutaru**, *Asupra deplasărilor laterale ale arcurilor elicoidale*, Buletinul AGIR, nr. 1-2/2009 (aprilie-septembrie), p. 134-138.
- [8] **Ene, Gh.**, *Design of the Elastic System of the Vibrating Screens*, Revista de Chimie, 60, Nr. 11, 2009, p. 1123-1128.