

STUDIUL NUMERIC ȘI ANALITIC AL COMPORTAMENTULUI STATIC AL PLĂCILOR TRIUNGHILARE SOLICITATE PLAN

THE NUMERICAL AND ANALYTICAL STUDY OF THE STATIC BEHAVIOR OF THE PLANAR LOADED TRIANGULAR PLATES

Gabriel DIMA¹, Ion BALCU²

¹Universitatea Transilvania
B-dul Eroilor nr.29, 500036 Brașov, Romania
E-mail: dima_gabriel@yahoo.com

²Universitatea Transilvania
B-dul Eroilor nr.29, 500036 Brașov, Romania
E-mail: balcu@unitbv.ro

Rezumat. Plăcile triunghiulare sunt foarte des utilizate în cadrul structurilor metalice. Determinarea precisă a tensiunilor maxime și a distribuției este importantă pentru dimensionarea și calculul duratei de viață a structurii. În cadrul articolului se propune și validează o nouă modalitate de calcul analitic a plăcilor triunghiulare solicitate plan, luând în considerare și solicitarea de forfecare în lungul forței aplicate. Pentru studiu s-au calculat analitic și prin metoda elementelor finite mai multe plăci cu dimensiuni și grosimi de material diferite, obținându-se o bună corelare între rezultatele obținute prin cele două metode.

Cuvinte cheie: plăci triunghiulare, structuri sudate, metoda elementelor finite, calcul analitic

Abstract. The triangular plates are often used as components of the metallic structures. Accurate stress maximum values and distributions are important for structure dimensioning and fatigue life calculation. Within the article, a new method for analytical calculation of the triangular plates is proposed and validated, considering also the shear stress along the applied load. Analytical and finite elements calculations were made for different dimensions and wall thickness of the triangular plate, a good correlation between the two methods being obtained.

Keywords: triangular plates, welded structures, finite elements method, analytical calculation

1. INTRODUCERE

Plăcile triunghiulare se folosesc sub forma guseelor sau nervurilor cu precădere în cadrul construcțiilor metalice pentru rigidizarea nodurilor structurale sau pentru posibilitatea joncționării contrafișelor sau contravântuirilor [4], [20]. Un element comun al acestor elemente structurale îl reprezintă încărcările în planul plăcii, mai exact cele de întindere, compresiune și încovoiere. Acestea sunt asamblate prin sudură, nituire sau buloane. Cele mai uzuale asamblări sunt cele prin sudură, fiind prezente într-o gamă largă de aplicații pentru diferite dimensiuni, profile ale elementelor structurii sau industrii [10], [14].

În ceea ce privește calculul guseelor, acesta se realizează funcție de destinația guseului. Pentru aplicațiile din ingineria civilă, în care guseele se folosesc la ancorarea contravântuirilor, există metode dedicate de calcul, cum ar fi secțiunea Whitmore [15], [17],

[21]. Pentru aplicațiile din industria transporturilor, unde guseele rigidizează joncțiunile, calculele se bazează pe verificarea cordoanelor de sudură [6], [18]. Pentru construcțiile ușoare, unde atât membrele structurale cât și guseele sunt corpuri cu pereți subțiri, proiectarea se realizează cu factori de siguranță minimi. Prin urmare, se vizează cunoașterea distribuției de tensiune din guseu, care poate furniza locul și valoarea încărcărilor, pentru care probabilitatea de cedare este maximă, în scopul dimensionării cu acuratețe a tuturor detaliilor structurale.

Calculul analitic al plăcii triunghiulare (static și de stabilitate) este prezentat în [11]. Guseele din ingineria civilă sunt tratate pe larg în literatura de specialitate, în special în partea experimentală [1], [12], [13]. Investigarea comportamentului static al plăcilor triunghiulare integrate în joncțiuni tubulare prin metode experimentale sau cu analiza cu elemente finite este tratată în [8], cel de oboseală în [16], iar stabilitatea acestora în [2], [3], [7], [19].

Obiectivul articolului este acela de a valida o metodă de calcul analitic prin analiza cu elemente finite, care să permită proiectanților să calculeze cu maxim de acuratețe valorile maxime ale tensiunii totale dintr-o placă triunghiulară solicitată plan, în condițiile unui minim de resurse.

2. CALCULUL STATIC AL PLĂCII TRIUNGHULARE

Se consideră o placă triunghiulară încastrată pe latura orizontală și încărcată ca în figura 1. Încărcarea este în planul plăcii, forța F fiind aplicată la capătul liber. După [11], valoarea maximă a tensiunii de încovoiere apare pe muchia liberă (cateta triunghiului). De asemenea, în [11] se calculează valorile acestei tensiuni considerând doar încovoierea plană a plăcii. Această modalitate de calcul a fost considerată simplificată, prin urmare se va calcula valoarea totală a tensiunii, incluzând și tensiunea de forfecare într-un plan paralel cu forța aplicată.

Din figura 1, valoarea lungimii corespunzătoare coordonatei (x) unde apare valoarea maximă a tensiunii (calculată prin relațiile de asemănare în triunghi) este:

$$L(x) = [x(L - a) + a \cdot l] / l \quad (1)$$

Valoarea tensiunilor de încovoiere, respectiv de forfecare sunt:

$$\sigma_b(x) = M_{IPB} / W_Z = 6F \cdot x / [t \cdot L^2(x)] = 6 F \cdot l^2 \cdot x / t [a \cdot l + x(L - a)]^2 \quad (2)$$

$$\tau(x) = F / [L(x) \cdot t] = F \cdot l / t [a \cdot l + x(L - a)] \quad (3)$$

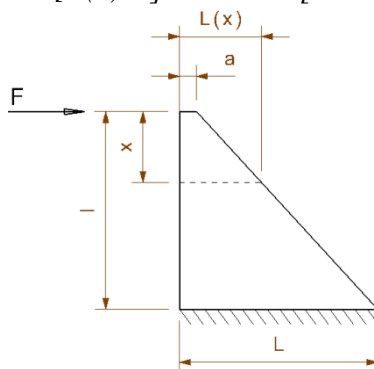


Fig. 1 Placa triunghiulară încărcată plan [după H01]

Valoarea totală a tensiunii va fi:

$$\sigma(x) = (\sigma_b^2 + 4\tau^2)^{0.5} = F \cdot l \cdot [t(L-a) \cdot (q+x)]^{-1} \cdot [4 + u \cdot x^2 / (q+x)^2]^{0.5} \quad (4)$$

unde:

$$q = a \cdot l / (L - a) ; u = [6 \cdot l / (L - a)]^2 \quad (5)$$

Pentru a determina coordonata (x) unde se obține valoare maximă a tensiunii, se va rezolva ecuația:

$$\partial \sigma(x) / \partial x = 0 \quad (6)$$

având ca rezultat:

$$x = 0.5 q \cdot [u - 8 + (u(u - 32))^{0.5}] / (u + 4) \quad (7)$$

În vederea comparării cu rezultatele obținute prin metoda elementelor finite (FEA), valorile tensiunii vor fi calculate pentru diferite valori ale dimensiunilor și grosimii plăcii cu ajutorul relației (4), pentru valori ale coordonatei (x) calculate cu relația (7).

3. MODELUL DE ELEMENTE FINITE AL PLĂCII TRIUNGHULARE

Conform [9] și [22], mărimea elementului de discretizare influențează valorile tensiunilor peste valori identice cu grosimea materialului (de la $1 \times T$ la $2 \times T$ creșterea poate fi de 15%). Pentru mărimi sub $1 \times T$, variațiile tensiunilor sunt nesemnificative. Pentru joncțiunile studiate, s-a ales mărimea elementului de discretizare (mesh size) egală cu grosimea medie a peretelui - 1,0 mm (figura 2). Condițiile la limită au constat în blocarea tuturor gradelor de libertate pentru nodurile de pe latura orizontală, respectiv condiționarea deplasării plane a nodurilor de pe latura verticală. Forța a fost aleasă generic de 10 N, fiind introdusă similar cu cea din modelul analitic al plăcii.

Caracteristicile de material corespund unui oțel slab aliat, cu coeficientul lui Poisson de 0,33 și modulul de elasticitate $E = 210 \text{ GPa}$. Ca și program software pentru analiza cu elemente finite, a fost utilizat programul Hypermesh, cu solver-ul Radioss.

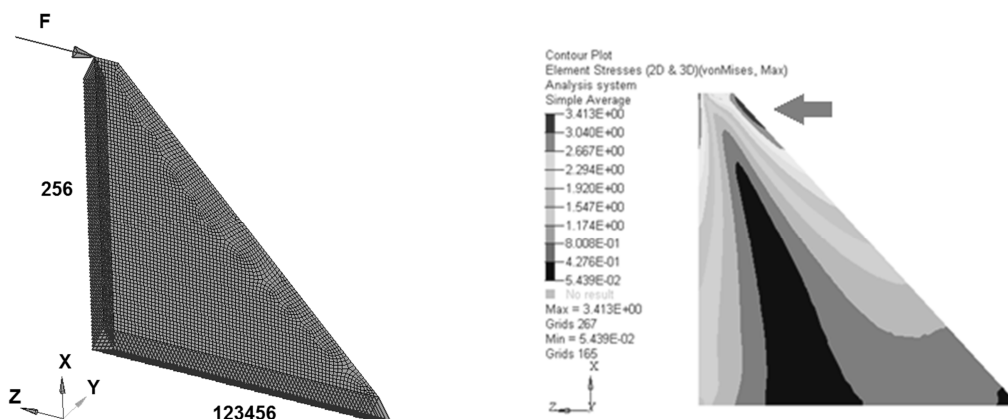


Fig.2 Modelul de elemente finite al plăcii triunghiulare și distribuția de tensiune von Misses

Dimensiunile plăcii au fost alese prin similitudine cu cele ale guseelor de colț utilizate în structurile sudate ușoare din industria aeronautică.

Distribuția câmpului de tensiune von Misses este similară unei grinzi supuse la încovoire, cu valorile maxime de-a lungul muchiilor libere, zona mediană fiind nesolicitată (Fig. 3). Față de o grindă de secțiune constantă, valorile maxime ale tensiunilor apar spre capătul liber, zona învecinată încastrării prezentând tensiuni mai mici. Aceasta se datorează creșterii pătratice a modulului de rezistență (datorită creșterii liniare a înălțimii secțiunii).

4. ANALIZA REZULTATELOR. DISCUȚII

În tabelul 1 sunt centralizate valorile analitice ale tensiunilor și cele obținute prin metoda elementelor finite (FEA). Se observă erori de $2 \div 3\%$ între valorile tensiunilor calculate prin cele două metode. În figura 3 sunt reprezentate valorile analitice față de cele obținute prin metoda elementelor finite pentru diferite grosimi de perete, respectiv dimensiuni uzuale ale plăcii. Se observă o scădere parabolică a tensiunii cu valoarea grosimii peretelui plăcii, care tinde să se stabilizeze pentru valori peste 3 mm. De asemenea, valorile tensiunii scad cu creșterea dimensiunilor plăcii, variația devenind nesemnificativă pentru valori peste 100 mm. Erorile medii sunt de 2,4% pentru diferite valori ale grosimilor de perete, respectiv 2,6% pentru diferite dimensiuni ale plăcii, valori care indică o bună concordanță între rezultatele analitice și cele obținute prin metoda elementelor finite.

Tabelul 1

Valorile calculate analitic față de cele obținute din analiza FEA pentru tensiunea totală

L [mm]	l [mm]	t [mm]	q	u	x [mm]	σ încovoiere [MPa]	τ forfecare [MPa]	σ total [MPa]	σ FEM [MPa]	Eroare [%]
70	70	0,5	6,56	43,07	3,967	5,136	2,078	6,607	6,770	2,41
70	70	1,0	6,56	43,07	3,967	2,568	1,039	3,303	3,385	2,41
70	70	1,5	6,56	43,07	3,967	1,712	0,693	2,202	2,257	2,43
70	70	2,0	6,56	43,07	3,967	1,284	0,519	1,652	1,693	2,44
70	70	2,5	6,56	43,07	3,967	1,027	0,416	1,321	1,354	2,41
30	30	1,0	7,50	56,25	5,302	3,033	0,976	3,607	3,696	2,40
50	50	1,0	6,82	46,49	4,351	2,702	1,017	3,383	3,489	3,05
90	90	1,0	6,43	41,33	3,756	2,494	1,052	3,263	3,333	2,10
110	110	1,0	6,35	40,27	3,621	2,447	1,061	3,239	3,335	2,88

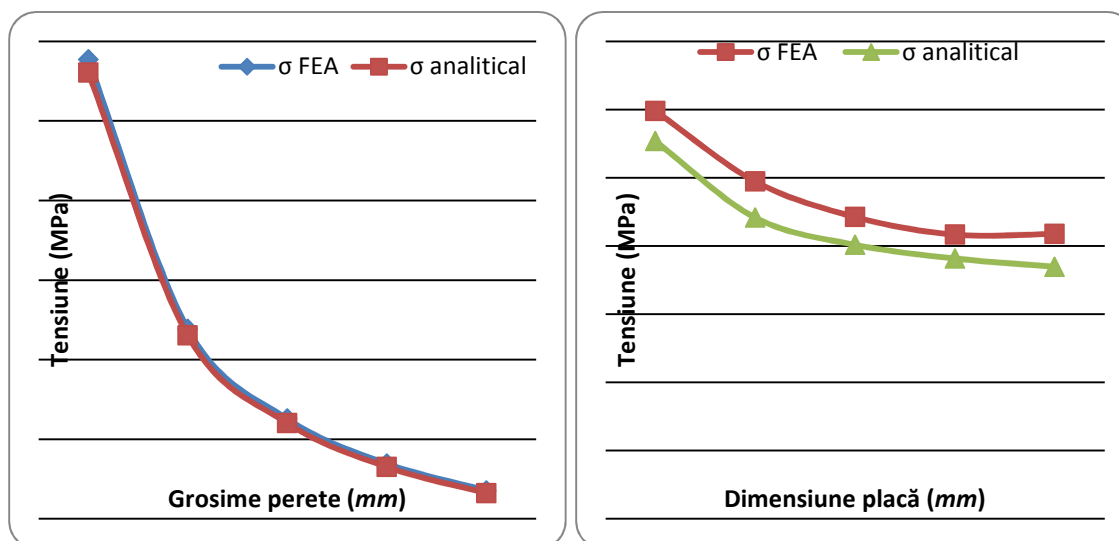


Fig. 3 Valorile comparate pentru diferite grosimi de perete și dimensiuni ale plăcii

5. CONCLUZII

Articolul a prezentat un studiu comparativ al calculului analitic și numeric al plăcilor triunghiulare solicitate plan, cu aplicabilitate în domeniul structurilor sudate din industria civilă și cea a transporturilor.

Față de literatura dedicată, unde se consideră doar solicitarea de încovoiere, datorită proporțiilor plăcii, s-a luat în considerare și solicitarea de forfecare. Pentru gama de dimensiuni luată în considerare, s-a observat o bună corelație între rezultatele analitice și cele obținute prin metoda elementelor finite, diferențele fiind inferioare valorii de 3%.

Corelarea dintre rezultatele analitice și cele experimentale validează luarea în considerare a solicitării de forfecare pentru plăcile triunghiulare solicitate plan.

Cercetări viitoare se vor efectua pentru identificarea topologiei optime a plăcilor triunghiulare solicitate plan.

ACKNOWLEDGEMENT

Author: Gabriel Dima. This paper is supported by the Sectoral Operational Programme Human Resources Development (SOP HRD), ID134378 financed from the European Social Fund and by the Romanian Government.

BIBLIOGRAFIE

- [1] Cheng, J. J., Kulak G. L., "Gusset Plate Connection to Round HSS Tension Member", Engineering Journal, Fourth Quarter, 2000
- [2] Chou, C. C., Chen P. J., "Compressive behaviour of central gusset plate connections for a buckling-restrained braced frame", Journal of Constructional Steel Research, No. 65, 2009
- [3] Chou, C. C., Liou, G. S., Yu J. C., "Compressive behaviour of dual gusset-plate connections for buckling-restrained braced frames", Journal of Constructional Steel Research, No. 76, 2011
- [4] Constantin, E. T., "Proiectarea masinilor, utilajelor și construcțiilor sudate", Suport de curs,

Universitatea din Galați, 1981

- [5] Curtu, I., Repanovici, A., *Mecanică și rezistența materialelor*, Vol I și II, Ed. Infomarket, Brașov, 2000
- [6] Dima, G., Balcu, I., "Actual Status of Gusseted Joints of Welded Structures form Aerospace", COMEC Proceedings, Brasov, 2013
- [7] Dima, G., Roșca, I., Balcu, I., "Elastic Buckling Behaviour of Aerospace CHS Gusseted "T" Connections", Transactions of FAMENA, XXXVIII-2, 2014
- [8] Dima, G., "The Influence of Corner Gussets over the Lightweight Tubular Latticed Beams", 8th International Conference Interdisciplinarity in Engineering, INTER-ENG, Proceedings, 2014
- [9] Dong P., Draper J., "The structural Stress Method for the Fatigue Analysis of Welded Structures", Center for Welded Structures Research, 2010
- [10] Duggal, S. K., "Design of Steel Structures", Tata McGraw Hill, New Delhi, 2009
- [11] Huston, R., Josephs, H., "Practical Stress Analysis în Engineering Design", CRC Press, 2009
- [12] Kiyamaz, G., Seckin, E., "Investigation of the behaviour of gusset plate welded slotted stainless steel tubular members under axial tension", 14th Internațional Symposium on Tubular Structures Proceedings, London, 2012
- [13] Ling, T.W., et al., "Investigation of block shear tear-out failure în gusset-plate welded connections în structural steel hollow sections and very high strength tubes", Engineering Structures, Nr. 29, 2007
- [14] Martin, L. H., Purkiss, J. A., "Structural Design of Steelwork", Butterworth-Heinemann, 2008
- [15] Mateescu, D., Caraba, I., "Construcții metalice. Calculul și proiectarea elementelor din oțel", Editura tehnică, București, 1980
- [16] Nascimbene, R., Rassati, G. A., Wijesundara, K., "Numerical simulation of gusset plate connections with rectangular hollow section shape brace under quasi-static cyclic loading", Journal of Constructional Steel Research, 2011
- [17] Novac, Gh., "Proiectarea mașinilor, utilajelor și construcțiilor sudate, Suport de curs", Universitatea Transilvania Brașov, 1991
- [18] Packer, J. A., Henderson, J. E., "Hollow Structural Section – Connections and trusses", Canadian Institute of Steel Corporation, 1997
- [19] Yam, M. C., Cheng J. J., "Behaviour and Design of gusset plate connection in compression", Journal of Constructional Steel Research, No. 58, 2002
- [20] Wardenier, J., et al., "Hollow Sections în Structural Applications", CIDECT, 2010
- [21] * * *, "Eurocode 3, Part 1.8. Design of Joints", CEN, 2002
- [22] * * *, "Hypermesh 8.0 User's Manual", Altair Engineering Inc, 2007