DINAMICA VEHICULELOR FEROVIARE PE LINIA CURBĂ DYNAMICS OF RAILWAY VEHICLES CURVED TRACK

Ioan SEBEȘAN¹, Claudiu-Nicolae BADEA², Gabriel POPA³, Georgiana PRODAN⁴

¹Universitatea Politehnica Bucureşti.
Facultatea de Transporturi, Splaiul Independenței, Nr. 313, sector 6, 77206, Bucureşti, România *e-mail: Sebeşan Ioan, ioan_sebesan@yahoo.com*²Universitatea Politehnica Bucureşti
Facultatea de Transporturi, Splaiul Independenței, Nr. 313, sector 6, 77206, Bucureşti, România *e-mail: Badea Claudiu-Nicolae, casagalbenas@yahoo.com, Popa Gabriel, gabi21popa@yahoo.com, Prodan Georgiana, georgiana3_2005@ yahoo.com*

Rezumat. Asigurarea ghidării în curbe, în deplină siguranță și cu uzuri minime ale roților și șinelor este o cerință de bază a vehiculelor feroviare. În lucrare se face o analiză a condițiilor de circulație în curbă a unui boghiu cu conducere elastică a osiilor folosit la căile ferate din România. Sistemul elastic de conducere a osiilor permite așezarea acestora în poziție cvasiradială ceea ce duce la micșorarea frecărilor dintre roți și șine și duce la uzuri mici. Modelul matematic este original, acesta ținând seama de transferurile de sarcini pe roți și de coeficienții de pseudoalunecare evaluați în conformitate cu teoria lui Kalker. Se constată că o elasticitate prea mare provoacă o reducere a vitezei critice la șerpuire.

Cuvinte cheie: unghiul de impact, rata arcului de ghidare, rigiditatea laterală, constanta de amortizare, vehicul feroviar

Abstract. Providing guidance in curves in complete safety and with minimum wear of wheels and rails is a basic requirement of railway vehicles. I note paper is made an analysis of the circulation conditions in curve of a bogie with elastic driven wheelsets used by railway in Romania. The system of wheelsets elastic driving allows their quasi radial position in curves, leading to the reduction of friction between wheels and rails and to lower wear. The presented mathematical model is original, taking into account the wheel loads transfer and the creep coefficients evalued according to Kalker theory. It is found that high elasticity causes a reduction of the huting critical speed.

Keywords: angle of impact, spring rate guidance, lateral stiffness, damping constant, railway vehicle

Este examinat procesul impactului atunci când un vehicul, pe boghiuri, cu patru osii rulează, cu viteza constantă v, într-o curbă feroviară nu foarte mare de raza constantă R (curba punctelor), la un unghi de impact θ . Concluziile se vor aplica în mod egal atunci când se analizează efectul neregulilor direcționale de alte tipuri.

Notare $A = \left(\frac{v}{ag1}\right)$ Viteza unghiulară A Punctul de contact între șină și roată

a distanta longitudinală

- B parametru constant adimensional
- b distanța transversală

C pol

- c constantă a arcului
- *e* deplasare laterală
- F forța arcului de suspensie
- G greutate
- g accelerația gravitației
- H forța transversală a bucșei
- h distanța verticală
- *i*, *j* indicatori
- J momentul inerției
- K forța de amortizare
- k constanta de amortizare
- l_p lungimea suportului pendulului
- m Masa
- *n* numărul perechilor de roți pe un boghiu
- *P* forța directoare
- *p* distanța pol
- Q sarcina roții
- R raza curbei șinei
- s distanța
- T forța tangențială (frecare)
- t timp
- At timp adimensional
- V viteza de rulare, km/h
- v viteza
- w viteza de alunecare
- x, y, z coordonate ale componentelor vehiculului
- Y forța de ghidare
- α unghi de abordare
- $\delta\,$ unghi tangent al căii de ghidare în planul $\xi\eta\,$
- ξ , η , ζ coordonate ale șinei
- θ unghiul de impact
- μ coeficientul de frecare Coulomb
- 2σ eliberarea căii
- τ coeficientul de frecare (variabila cu alunecare)
- v alunecare
- \emptyset unghiul de rotație în planul *yz*
- Ψ unghiul de rotație în planul *xy*
- ω viteza unghiulară

În figura 1 se prezintă schematic, un boghiu cu două osii pe o linie curbă cu perechile de roți montate rigid în cadrul lor. Perechile de roți sunt numerotate în ordine de la dreapta la stanga, partea stangă a vehiculului fiind indicată cu cifra 1, partea dreapta cu 2 [1]. Indicele dublu *ij* indică perechea de roți și partea vehiculului la care punctul sau cantitatea în cauză aparține (A_{21} reprezintă punctul de contact al roții din stanga a celei de-a doua perechi de roți).

În timpul mișcării de echilibru toate punctele boghiului se vor muta cu viteza unghiulară constantă $\omega_z = v/R = \Psi$ pe cercuri concentrice la centrul curbei C, de asemenea piciorul C_{ijr} a perpendicularei de la C pe axa longitudinală a vehiculului care se află în spatele primei perechi de roți cu o sumă p_1 . Vectorul de viteză al acestui punct în planul xy (planul căii) coincide cu directia axei longitudinale a vehiculului (axa x); nu există nici o componentă în direcția y. Prin urmare, mișcarea axei boghiului longitudinal A_1A_2 poate fi descrisă ca o mișcare de translație cu viteza de rulare $v = R' \omega_z = -R \omega_z$ cu rotație simultană în jurul unei axe verticale prin $C_{\dot{\psi}}$ (axa z), la o viteză unghiulară $\dot{\psi} = \omega_z$. $C_{\dot{\psi}}$ este, prin urmare, centrul de rotație a axei longitudinale a vehiculului, precum și al întregului boghiu. Toate punctele în fața, sau în spatele său, C_{ψ} au o componentă de viteză y. $y_i = p_1 \dot{\psi}$, și acolo unde acestea sunt situate au valoarea b la stânga, sau dreapta, de axa longitudinală, ei au o viteză x, care este mai mare sau mai mică decât v (în funcție de semnul b) cu o valoare $b\dot{\psi}$. Dacă cele două roți ale unei perechi au același diametru și transportă aceeași sarcina Q, și nici un moment de frânare sau de conducere exercitate asupra lor (în general, acest lucru este presupus în calculele miscării curbate), atunci viteza de translatie v (viteza x) a axei vehiculului este egală cu viteza de rulare v_r a roților pe șine. Cand scade, vectorial, viteza de rulare (v_r) de la viteza de cale $(d_{sij}/d_t = R_{ij}\omega_z)$, diferența este ω_{ij} o viteză de alunecare. Aceasta este viteza de alunecare între roată și capul șinei.

Perpendicularele ridicate pe direcțiile ω_{ij} din punctele de contact A_{ij} se intersectează toate în C_{ψ} ; astfel C_{ψ} nu este numai polul de rotație, dar și polul de alunecare (denumit centru de frecare). Valoarea vitezei de alunecare în planul *xy* rezultă din relațiile:

$$\omega_{xy \quad ij} = q_{ij} \cdot \psi \quad (1)$$

$$\omega_{xij} = b_A \cdot \dot{\psi} \quad ; \quad \omega_{xij} = b_A \cdot \dot{\psi} \quad (2)$$

$$\dot{y}_i = \omega_{xij} = p_i \cdot \dot{\psi} \quad (3)$$

$$\frac{\omega_{xij}}{v} = v_{xij} \quad (4)$$

$$\frac{\omega_{yij}}{v} = v_{yij} \quad (5)$$

care sunt denumite alunecare longitudinală și laterală, și determină valoarea coeficientului de frecare τ între roată și șină.



Fig. 1. Diagrama celor două axe ale boghiului pe linia curbă

Unghiul dintre axa vehiculului și direcția efectivă a miscării d_{sij}/d_t (tangenta la curba șinei centrului roții) este unghiul de abordare al roții. Acest unghi este practic același pentru cele două roți ale unei perechi. Viteza laterală y_i a unei perechi de roți poate fi exprimată cu α_i (fig. 1) astfel:

$$\dot{y}_i = \omega_{xii} = v \cdot \alpha_1$$
 (6)

Viteza centrului de greutate S al boghiului:

$$\dot{y}_s = (p_1 - a_{s1})\dot{\psi} = v \cdot \alpha_1 - a_{s1} \cdot \dot{\psi} \quad (7)$$

Cu ajutorul ecuațiilor (4.3) si (4.6), ecuația (4.5) devine:

$$v_{yij} = \alpha_{ij}$$
 (5.a)

Există o rezistența la frecare $T_{xy ij}$ cu componentele T_{xij} și T_{yij} care acționează pe roți. Valoarea $T_{xy ij}$ depinde de sarcina Q a roții și valoarea coeficientului de frecare τ_{ij} la punctul de contact, după cum urmează:

$$T_{xy \quad ij} = \tau_{ij} \cdot Q \quad (8)$$

în care τ_{ij} este o funcție de alunecare, după cum s-a menționat anterior. Comisia O.R.E. C9, au efectuat teste cu perechi de roți pentru a confirma aceasta lege pentru coeficientul de frecare τ_y ca funcție de alunecarea laterală. Se intenționează să se desfășoare investigații suplimentare privind $\tau_x = f(v_x)$ și cu combinații de v_y și v_x .



Fig. 2. Încercarea la alunecare longitudinală

Figura 2 prezintă realizarea testului. Șinele sunt fixate pe masa unui vehicul de rindeluit, și sunt transportate sub o pereche de roți, transportată într-un cadru special. Treptele roții sunt cilindrice. Cadrul poate fi rotit în jurul unui punct fix în așa fel încât axa longitudinală a perechii de roți și direcția de deplasare a șinelor include un unghi α . Conform ecuației (4.5a) α în radiani este identică cu alunecarea laterală v_y . Forțele laterale H_y la rulmentul osiei rezultate din alunecarea roților în raport cu șinele sunt înregistrate. Coeficientul forței laterale H_y pe sarcina axei 2Q efectuate este coeficientul de frecare, care este asociat cu α și, prin urmare, cu alunecarea laterală [2].

Rezultatele testelor, pentru șine uscate, sunt prezentate în figura 3. Acestea sunt de acord, calitativ, cu cele constatate de alte cercetări efectuate pe teste model.



Pentru valori mici ale alunecării, coeficientul de frecare este direct proporțional cu alunecarea ($\tau = kv$).

Pentru valori mai mari de alunecare se apropie o constanta limită, care este coeficientul de frecare Coulomb μ ($\tau = \mu = \text{const}$). τ_y nu este o funcție unică a v_y , ci depinde și de sarcina roții Q [3]. Există un efect probabil pe diametrul roții, și a fost dovedit de experiment că starea suprafeței șinei (uscat sau umed) afectează τ .

Mărimea valorilor pentru μ găsite în timpul testării este confirmată prin măsurători efectuate în cadrul activității comisiei O.R.E. B10.

În mod ideal, aceasta lege de frecare pentru constanta Q poate fi reprezentată printr-o linie frântă, prin care coeficientul de frecare crește liniar cu un gradient mediu până la o anumită valoare a alunecării, după care devine constantă [3].

Pentru a urmări linia curbă, boghiul va trebui să fie rotit spre C_{ψ} prin forțe exterioare laterale directoare *P* sau cupluri directoare care acționează împotriva T_{xij} și T_{yij} (figura 1) [4]. Forțele directoare pot fi forțe între componentele individuale (forță pivot lateral), sau forțele de inerție (forța centrifugă), sau forțe directoare care acționează pe boghiu prin intermediul flanșelor roților (forțe de urmărire).

Forța de urmărire poate fi vizualizată cu ajutorul așa-numitei role echivalente. Flanșa roții se înlocuiește cu o rolă orizontală susținută de axul roții, și acționează pe partea laterală a șinei fără frecare, în timp ce forțele de frecare T_{xy} acționează pe banda de rulare a roții. Forța pe care o exercită șina pe rolă este forța directoare.

Forța laterală care acționează de fapt pe roată, cand flanșa atinge șina, este suma geometrică a forței directoare și componenta laterală a forței de frecare [5]. Această forța laterală sau forța de ghidare *Y* este:

$$Y_{ij} = P_{ij} + \rightarrow T_{yij} \quad (9)$$

Forța de ghidare provoacă deformări proporționale elastice laterale ale șinei și roții, care pot fi considerate ca două arcuri conectate în serie. În calcul ele sunt contabilizate prin luarea în considerare ca fiind un arc cu rata redusă a arcului adecvat c_y [2]. Sistemul echivalent este următorul: șina este considerată ca având nici o rezistență laterală. Șina de ghidare corespunde cu șina de rulare fără deformări. Arcul de ghidare rulează împreună cu perechea de roți, care este considerat ca fiind rigid. Astfel, centrul perechii de roți va urma un curs în planul feroviar echidistant la o linie care leagă deformarea momentană e a arcului de ghidare. Este ca și cum perechea de roți rulează de-a lungul acestui drum de ghidare. Forma acestei curbe nu este predeterminată, dar apare sub acțiunea Y, care este, în general, variabilă de-a lungul căii de mișcare.

Există, de asemenea deformări laterale când roțile nu circulă pe partea feroviară. Aceste deformări sunt cauzate de componentele forței tangențiale T_y și formează o cale de deformare de-a lungul căii de mișcare în planul feroviar.

În timpul mișcarii statice de-a lungul unei curbe, toate forțele, inclusiv forțele de ghidare și, prin urmare, o deviație laterală, sunt constante, și, prin urmare căile de ghidare și căile de deformare sunt cercuri concentrice cu privire la centrul C din figura 1 [6]. Elasticitatea laterală nu are nici un efect asupra forțelor de ghidare. Aceasta pur și simplu determină o deplasare paralelă mică a axei longitudinale a vehiculului. Efectul c_y în procesele dinamice, cu toate acestea, este destul de diferit. În acest caz, c_y este decisiv pentru formarea și forma traseului de ghidare și pentru valoarea forțelor de ghidare.

Calculul forțelor feroviare directoare necunoscute P se bazează pe echilibrul de forțe. Deci, este poziția axei longitudinale a vehiculului în raport cu șina, atunci când boghiul este direcționat de o singură forță de urmărire pe perechea de roți. Condițiile de echilibru, folosind ipotezele simplificate făcute anterior, sunt simple. Următoarele condiții sunt de ajuns:

(1) Suma forțelor de urmărire P + suma frecărilor laterale $T_y = 0$.

(2) Suma momentelor de urmărire a forțelor *P* cu privire la orice punct din planul feroviar (C_{Ψ} sau *S*) + suma momentelor componentelor de frecare T_x și T_y , la același punct = 0.

Conceptele de baza explicate mai sus sunt utilizate pentru investigarea procesului de impact care are loc atunci cand un vehicul feroviar cu patru osii circulă în curbă. Ca exemplu,

a fost ales un vehicul DB cu boghiuri Minden-Deutz. Cu toate acestea, amortizoarele de vibrații inclinate au fost înlocuite cu amortizoare separate pentru mișcări verticale și orizontale. Amortizoarele de vibrații verticale sunt în planul vertical al arcurilor.

Caracteristicile acestui vehicol sunt următoarele:

(1) Date geometrice

-	Ampatamentul boghiului	$2\alpha = 2.5 [m]$
---	------------------------	---------------------

- Distanța pivot boghiu $2\alpha_D = 19.0$ [m]
- Baza arcului $2b_F = 2 \cdot 0 \text{ [m]}$
- Baza de sprijin a perechii de roți $2b_F = 1.5$ [m]
- Centrul de gravitate al caroseriei vehicolului deasupra centrului perechii de roți

*h** 1•55 [m]

- (2) Greutățile și masa momentelor de inerție
- Greutate totala vehicul $G = mg = 38\ 000$ [kg]
- Greutate caroserie vehicul $G^* = m^*g = 28\ 000$ [kg]
- Greutate un boghiu $G_D = g/2(m m^*) = 5000$ [kg]
- Momentul inerției caroseriei, axa $z J_z^* = 50m^* [kg m s^2]$
- Momentul inerției caroseriei, axa $x J_x^* = 1.75 \text{ m}^* \text{ [kg m s}^2 \text{]}$
- Momentul inerției unui boghiu, axa z
- (3) Alte informații
- Lungimea cadrului pendular $l_p = 0.4$ [m]
- Constanta de resetare corespunzătoare $c_K = m^*g/4l_p = 17500$ [kg/m]
- Constanta de amortizare a unui amortizor orizontal $k_y = 5250$ [kg s/m]
- Constanta de amortizare a unui amortizor vertical $k_z = 2625$ [kg s/m]
- Rata suspensie arc a unei parți a boghiului $c_F = 40\ 000\ [kg/m]$
- Numărul set roti 2n = 4 [-]

Mai jos, toți factorii care se aplică caroseriei vehiculului sunt indicați prin *. Următoarele ipoteze se aplică în calcul:

- (1) Toate sarcinile roții *Q* sunt considerate a fi constante.
- (2) Toate roțile au același diametru și trepte cilindrice.
- (3) Nu există momente de conducere sau de frânare care acționează pe roți.

(4) Coeficientul de frecare τ dintre roată și șina este direct proporțional cu alunecarea (constanta medie $k_m = k = 60$).

- (5) Legea de frecare este izotropă, exemplu $\tau_x = k_{vx}$ și $\tau_y = k_{vy}$, unde *k* este același.
- (6) Numai translații laterale și rotații.

(7) În timpul impactului boghiului lider (*I*), boghiul care trage (*II*) este paralel cu secțiunea feroviară directă precedentă curbei feroviare, până când ajunge în contact cu curba feroviară de ramificare.

(8) Având în vedere capacitatea limitată a calculatorului analog disponibil, numai impactul boghiului lider este investigat.

Figura 4 prezintă schematic modul în care boghiul lider rulează în planul feroviar în timpul impactului. Boghiul este reprezentat de linia îngroșată A_1A_2 . Laturile de funcționare ale celor două șine sunt reprezentate de cele două cercuri la distanță 2σ (eliberarea căii).

Asociat cu șina este un sistem coordonat fix $\xi\eta$, cu boghiul corespunzător *xy* care schimbă continuu poziția sa în planul $\xi\eta$ (planul feroviar). *x* este pozitiv în direcția de deplasare înainte a axei *x*; direcția pozitivă a axei *y* este la dreapta de la direcția *x* pozitivă. Sensul pozitiv al axei-*z* verticale este în jos.

Când boghiul se apropie de curbă, flanșa roții din stânga roții de conducere ia contact cu partea exterioară a șinei în punctul A_{10} la unghiul de impact θ . În cazul în care toate componentele constructive au fost rigide, boghiul ar trebui, în acel moment, să-și schimbe direcția dintr-o dată. Acest lucru ar duce la infinit accelerații laterale de mari dimensiuni [7]. În realitate boghiul va încerca să continue pe o direcție dreaptă, și în acest sens va veni împotriva unei rezistențe tot mai mari de ghidare a șinei din stânga, și va devia spre exterior cu valoarea – e_{11} . Forța Y_{11} , care este proporțională cu e_{11} va dă boghiului o accelerație laterală spre interior, și, din moment ce acționează în fața centrului de greutate (pivot), de asemenea, o accelerare de rotație $\vec{\Psi}$ la axa-z. Aceste accelerații variază de-a lungul cursului parcurs (acestea variază în timp), și forțează boghiul să se rotească în curbă. Centrul cel mai important al roții care conduce urmează calea de ghidare feroviară din stanga produs de forța – $Y_{11(t)}$ care cale începe tangențial la direcția de abordare a boghiului.



Fig 4. Diagrama boghiului liber care rulează în planul feroviar în timpul impactului

După ce a parcurs pe o anumită distanță *s*, axele longitudinale ale boghiului se schimbă din poziția $A_{10}A_{20}$, la începutul impactului în poziția A_1SA_2 (*S* este centrul de greutate al boghiului, și în același timp boghiul pivot *I*). În aceasta poziție nouă punctul de ghidare A_1 se află în afara parții non-deformate (linia punctată) a șinei din stanga cu valoarea – e_{11} . Axa-*x* a boghiului este rotită prin $\dot{\Psi}$ în raport cu direcția - ξ și include unghiul α (deja cunoscut din considerațiile statice) cu tangenta la traiectoria de deformare (direcția vitezei rezultate d_{s1}/d_t a punctului *A*). În plus, se va roti la o viteza unghiulară $\dot{\Psi}$. Potrivit figurii 4 viteza sa în momentul direcției-*x* este:

$$v = v_r = \frac{d_{s1}}{d_t} \cos \alpha \approx \frac{d_{s1}}{d_t} \quad (10)$$

și viteza laterală \dot{y}_1 a punctului A_1

$$\dot{y}_1 = \frac{d_{s1}}{d_t} \sin \alpha_{11} \approx v \cdot \alpha_{11} \quad (11)$$

Viteza ω_{y11} a alunecării laterale a punctului de contact A_{11} (a se vedea figura 1) pe capul șinei este

$$\omega_{vij} = \dot{y}_1 - \dot{e}_{11} = \left(v\,\alpha_{11} - \dot{e}_{11}\right) \quad (12)$$

Suprapunerea laterală și mișcarea de rotație a boghiului pot fi considerate ca și cum întregul ansamblu se mișcă lateral la o viteză \dot{y} , și în același timp se rotește în jurul A_1 cu o viteză unghiulară de $\dot{\psi}$. Apoi, viteza laterală a punctelor pe axa reduce proporțional cu distanța de la A_1 , după cum arată linia subțire la unghiul $\dot{\psi}$ în figura 4. Această linie intersectează axa boghiului în $C_{\dot{\psi}}$. Acest punct nu are, prin urmare, nici o mișcare laterală de moment, și coincide cu polul de rotație menționat anterior. Cu toate acestea, poziția sa nu mai este acum definită prin condiții geometrice ci prin condiții cinematice. În plus $C_{\dot{\psi}}$ este acum un pol de moment care schimbă continuu poziția ca α_{11} și $\dot{\psi}$ variază. Distanța dintre acest pol de la A_1 este:

$$p_1 = v \frac{\alpha_{11}}{\dot{\psi}} \quad (13)$$

Din figura 4 se poate observa că viteza laterală \dot{y}_2 a roții este:

 $\dot{y}_2 = \dot{y}_1 - a_{21} \cdot \dot{\psi} = v \alpha_{11} - a_{21} \cdot \dot{\psi}$ (14)

Există o deviere laterală a șinelor sub roțile ale căror flanșe nu ating partea feroviară [8]. Deformarea este cauzată de frecarea laterală care variază, T_{yij} și viteza de deformare este \dot{e}_{ij} . Având în vedere acest lucru, viteza laterală \dot{y}_1 nu este identică cu viteza de alunecare laterală ω_{vii} ,

$$\omega_{yij} = \dot{y}_1 - \dot{e}_{11} = v \alpha_{11} - a_{i1} \dot{\psi} - \dot{e}_{ij} \quad (15)$$

Alunecarea laterală pe roata de atingere este, prin urmare, în conformitate cu ecuația (12).

$$v_{yij} = \frac{\omega_{y11}}{v} = \alpha_{11} - \frac{\dot{e}_{11}}{v}$$
 (12.a)

și pe rotile care nu ating conform ecuației (15)

$$v_{yij} = \frac{\omega_{y11}}{v} = \alpha_{11} - a_{i1} \frac{\dot{\psi}}{v} - \frac{\dot{e}_{11}}{v}$$
 (15.a)

Deoarece elasticitatea în direcția longitudinală feroviară este foarte mică, viteza de frecare longitudinală ω_{yij} pe toate roțile este $b_A \dot{\psi}$ și alunecarea longitudinală corespunzătoare este.

$$v_{yij} = b_A \frac{\dot{\psi}}{v}$$
 (16)

unde b_A este distanța lateraăa a punctului de contact A de la axa boghiului. Pentru punctele de contact de pe partea stângă a boghiului b_A este pozitiv și pe partea dreaptă negativ.

Accelerația centripetă a punctului A_1 în timpul mișcării de-a lungul căii de ghidare este $\left(\frac{ds_1}{dt}\right) \cdot \dot{\delta}$ și, având în vedere $\delta = \dot{\psi} + \alpha_{11}$, acceleratia laterala \ddot{y}_1 este

$$\ddot{y}_1 = \left(\frac{d_{s1}}{d_t}\right) \cdot \delta \cos \alpha = v(\dot{\psi} + \dot{\alpha}_{11}) \quad (17)$$

În același timp \ddot{y}_1 este egal cu suma accelerației centripete de-a lungul curbei feroviare nedeformate și accelerația deformării \ddot{e}_{11} .

$$\ddot{y}_1 = \frac{v^2}{R} + \ddot{e}_{11}$$
 (18)

Pentru a găsi rezultanta accelerației laterale \ddot{y}_1 și accelerației unghiulare $\ddot{\psi}$ se aplică aceleași considerente menționate anterior pentru viteze. Prin urmare, în centrul de greutate S al boghiului există o accelerație laterală (a se vedea figura 4).

 $\ddot{y}_s = \ddot{y}_r = \ddot{y}_1 - a_{s1} \cdot \ddot{\psi} = v(\dot{\psi} + \dot{\alpha}_{11}) - a_{s1} \cdot \ddot{\psi} \quad (19)$

Când boghiul de conducere este deturnat de la calea sa de abordare pe curba feroviară, încearcă, prin cadrul pendular, să ia caroseria vehiculului în direcția laterală. Pendulele sunt deplasate, rezultând într-o forță laterală pe boghiu, care este proporțională cu deplasarea e_I a suportului [1]. De asemenea, provoacă o forță de amortizare, care acționează în aceeași direcție, care este proporțională cu viteza de deplasare \dot{e}_I . Suma acestor două forțe este forța directoare P_{DI} pe pivot (e_I este pozitiv pentru deplasarea cadrului la dreapta). Reacția P^*_{DI} care acționează pe caroseria vehiculului ($P^*_{DI} = -P_{DI}$) determină o deplasare e_{II} a cadrului boghiului *II* care trage, și, prin urmare, o forță directoare P_{DII} la pivot, cu o reacție corespunzătoare $P^*_{DII} = -P_{DII}$ pe caroseria vehiculului. Diferența dintre forțele P^*_{DI} și P^*_{DII} provoacă o accelerație unghiulară ψ^* a masei suspendate în jurul axei verticale z^*-z^* prin centrul de greutate. Deoarece ambele forțe acționează la o distanță h^* sub linia centrului de greutate x^*-x^* , suma lor produce o accelerație de rulare $\ddot{\phi}^*$ care este constantă pe toată lungimea corpului vehiculului, cu condiția să fie considerat rigid împotriva torsiunii.

Dacă toate accelerațiile liniare și unghiulare sunt considerate pozitive, atunci din diagrama accelerațiilor din figura 6, rezultă:

Boghiul I Accelerația în centrul boghiului $\ddot{y}_r = \ddot{y}_1 - a_{s1} \cdot \ddot{\psi}$ (19) Accelerația la balans $\ddot{y}_I^* = \ddot{y}_r + \ddot{e}_1$ (21) Accelerația în punctul S*₁ $\ddot{y}_{s1}^* = \ddot{y}_i^* + h^* \cdot \ddot{\phi}^*$ (23) Accelerația în centrul de gravitație S* $\ddot{y}_s^* = \frac{1}{2} \left(\ddot{y}_{sI}^* + \ddot{y}_{sII}^* \right)$ (25) Accelerația unghiulară a axelor z*-z* $\ddot{y}_s^* = \frac{1}{2a_D} \left(\ddot{y}_{sI}^* - \ddot{y}_{sII}^* \right)$ (26)



Fig. 5. Diagrama forțelor de impact pe boghiu

Când sunt cunoscute accelerațiile laterale și unghiulare, ecuațiile pot fi scrise pentru echilibrul de forțe momentan pe boghiul de conducere și pe masa vehiculului suspendat [9]. Din aceste ecuații, ecuațiile diferențiale pentru procesul de impact pot fi derivate. În principiu, toate forțele sunt luate în direcția lor pozitivă, chiar dacă acest lucru pare contradictoriu. Semnele corecte urmează în mod automat din considerente cinematice.

Figura 5 este diagrama forțelor pe boghiu. Din aceasta se pot vedea următoarele condiții.

Echilibrul de forțe y.

$$Y_{11} + \sum_{12}^{22} T_{yij} + P_{DI} - \frac{1}{2} \left(m - m^* \right) \ddot{y}_1 = 0 \quad (27)$$

Echilibrul $\dot{\psi}$ la momentul S.

$$Y_{11}a_1 + \left[\left(T_{x11} + T_{x21} \right) - \left(T_{x12} + T_{x22} \right) \right] \cdot b_A + \sum_{12}^{22} a_{sij} T_{yij} - J_z \ddot{\psi} = 0 \quad (28)$$



Fig. 6. Diagrama accelerațiilor

Trei condiții suplimentare de echilibru rezultă din figura 6

Echilibrul forțelor y

$$P_{DI}^* - P_{DII}^* - m^* \cdot \ddot{y}_s^* = 0 \quad (29)$$

Echilibrul ψ la momentul S^*

$$\left(P_{DI}^{*} - P_{DII}^{*}\right) \cdot a_{D} - J_{z}^{*} \ddot{\psi}^{*} = 0 \quad (30)$$

Echilibrul $\dot{\phi}$ la momentul S^*

$$-\left[\left(F_{1}^{*}-F_{2}^{*}\right)+\left(K_{z1}^{*}-K_{z2}^{*}\right)\right]_{F}-\left[\left(F_{1}^{*}+F_{2}^{*}\right)+\left(K_{z1}^{*}+K_{z2}^{*}\right)\right]_{h}^{*}\phi^{*}-\left(P_{DI}^{*}+P_{DII}^{*}\right)_{h}^{*}-J_{x}^{*}\phi^{*}=0$$
(31)

În ecuația (31) F_1^* acționează pe partea stângă a corpului vehiculului. Este suma forțelor arcului de suspensie F_{II}^* și F_{III}^* în secțiunile transversale ale pivoților. K_{zI}^* este suma corespunzătoare a forțelor K_{zII}^* și K_{zIII}^* a amortizoarelor verticale. Același lucru se aplică forțelor F_2^* și K_{z2}^* de pe partea dreaptă a corpului vehiculului.

Cele cinci condiții de echilibru, ecuațiile (27) – (31), corespund cu cele cinci grade de libertate în conformitate cu care boghiul și masa suspendată se pot deplasa. În ceea ce privește mișcarea laterală și rotația ψ , cadrul boghiului este parte a masei nesuspendate; în ceea ce privește mișcarea înclinată este parte a masei suspendate.

În scopul de a întocmi ecuațiile de mișcare de la cele cinci condiții de echilibru, este necesar să se exprime toate forțele în termeni de lungimi și unghiuri sau diferențele acestora cu privire la timp, după cum urmează.

$$Y_{11} = -c_y \cdot e_{11} \quad (32)$$
$$P_{DI} = -P_{DI}^* = 2c_K e_I + 2k_y \dot{e}_I \quad (33)$$

$$P_{DII} = -P_{DII}^* = 2c_K e_{II} + 2k_y \dot{e}_{II} \quad (34)$$

Cu ecuația (16) rezultă:

$$(T_{x11} + T_{x21}) = -kQ(v_{x11} + v_{x21}) = -2kQb_A \frac{\psi}{v} \quad (35)$$
$$(T_{x12} + T_{x22}) = -kQ(v_{x12} + v_{x22}) = +2kQb_A \frac{\psi}{v} \quad (36)$$
$$(T_{x11} + T_{x21}) - (T_{x12} + T_{x22}) = -4kQb_A \frac{\psi}{v} = -\frac{k}{2}mgb_A \frac{\psi}{v} \quad (37)$$

Având în vedere că $T_{yij} = -c_y e_{ij}$ și în concordanță cu $\dot{T}_{yij} = -c_y \dot{e}_{ij}$ și $T_{yij} = -kQv_y e_{ij}$ buza bandajului neatingând flancul interior al șinei fapt ce reiese din ecuația (15.a)

$$\left(\frac{a_{s1}}{v}\right)_{12}^{22} \frac{\dot{T}_{yij}}{a_{s1}c_{y}} + \left(\frac{4n}{k}\right) \left(\frac{a_{s1}c_{y}}{mg}\right) \times \sum_{12}^{22} \frac{T_{yij}}{a_{s1}c_{y}} - 2n \left(\frac{a_{s1}}{v}\right) \dot{\psi} + (2n-1)\alpha_{11} = 0 \quad (38)$$

$$\left(\frac{a_{s1}}{v}\right)_{12}^{22} \left(\frac{a_{sij}}{as1}\right) \frac{\dot{T}_{yij}}{a_{s1}c_{y}} + \left(\frac{4n}{k}\right) \left(\frac{a_{s1}c_{y}}{mg}\right) \times \sum_{12}^{22} \left(\frac{a_{sij}}{as1}\right) \frac{T_{yij}}{a_{s1}c_{y}} + \left(\frac{a_{s1}}{v}\right) \dot{\psi} \sum_{12}^{22} \left(\frac{a_{sij}}{as1}\right)^{2} - \alpha_{11} = 0 \quad (39)$$

Este necesar să găsim relația pentru forțele arcului de suspensie F și forța amorizorului vertical K_z . Cu F_0 = încărcarea arcului în poziție de repaus, se aplică următorul lucru (figura 6): 7

$$\pm \frac{F_{I1} + F_{II2} = -F_1^* = 2(F_0 - c_F b_F \phi^*) - (F_1^* + F_2^*) = 4F_0 = m^* g}{F_{II1} + F_{II2} = -F_2^* = 2(F_0 + c_F b_F \phi^*) - (F_1^* - F_2^*) = -4c_F b_F \phi^*}$$
(40 şi 41)

Aceleași condiții se pot aplica și pentru forțele de amortizare:

$$\pm \frac{K_{zI1} + K_{zII2} = -K_{z1}^{*} = -2k_{z}b_{F}\phi^{*} - (K_{z1}^{*} + K_{z2}^{*}) = 0}{K_{zII1} + K_{zII2} = -K_{z2}^{*} = +2k_{z}b_{F}\phi^{*} - (K_{z1}^{*} - K_{z2}^{*}) = -4k_{z}b_{F}\phi^{*}}$$
(42 şi 43)

Cu ajutorul celor de mai sus, toate forțele pot fi eliminate din grupul de ecuații (27) -

(31).

Este de folos să nu lucrăm cu timpul τ ca variabilă liberă, cu timp adimensional:

$$T = At = \left(\frac{v}{a_{s1}}\right) \cdot t \quad (44)$$

Conform $v\tau = s$, poate fi considerată distanța adimensională. În acest sens, variabilele sunt obținute din calculul ca funcție atât a timpului cât și a distanței.

Procesul impactului poate fi descris de următoarele variabile adimensionale dependente și diferențialele lor:

<u>-</u>

$$f_{1(At)} = \phi^{*} \qquad f_{4(At)} = \psi \qquad f_{7(At)} = \sum_{12}^{22} \frac{T_{yij}}{a_{s1}c_{y}}$$

$$f_{2(At)} = \frac{e_{11}}{a_{s1}} \qquad f_{5(At)} = \frac{e_{I}}{a_{s1}} \qquad f_{8(At)} = \sum_{12}^{22} \left(\frac{a_{sij}}{a_{s1}}\right) \frac{T_{yij}}{a_{s1}c_{y}}$$

$$f_{3(At)} = \alpha_{11} \qquad f_{6(At)} = \frac{e_{II}}{a_{s1}} \qquad f_{9(At)} = \frac{\dot{y}_{I}}{a_{s1}A}$$

Parametrii diferiți ai procesului sunt combinați în grupul parametrilor B care sunt de asemenea adimensionali:

$$B_{1} = \frac{g}{a_{s1}A^{2}} = \frac{ga_{s1}}{v^{2}} \qquad B_{6} = \frac{4c_{F}b_{F}^{2}}{m*gh^{*}} - 1 \qquad B_{11} = \frac{4c_{K}b_{s1}}{m*g} - 1$$

$$B_{3} = \frac{ma_{s1}^{2}}{J^{2}} \qquad B_{8} = \frac{a_{s1}}{R} \qquad B_{12} = \frac{4k_{z}}{m^{*}A} = \frac{4k_{z}a_{s1}}{m^{*}v}$$

$$B_{4} = \frac{a_{s1}c_{y}}{mg} \qquad B_{9} = \sum_{11}^{22} \left(\frac{a_{sij}}{a_{s1}}\right)^{2} \qquad B_{13} = \frac{4k_{y}}{m^{*}A} = \frac{4k_{y}a_{s1}}{m^{*}v}$$

$$B_{5} = \frac{m*h^{*2}}{J_{x}^{*}} \qquad B_{10} = \frac{m^{*}a_{D}^{2}}{J_{z}^{*}}$$

Următorii factori pot fi substituiți:

$$\beta_1 = 2\pi \qquad \beta_3 = \left(\frac{m^*}{m}\right) \qquad \beta_5 = \frac{k}{2n}$$
$$\beta_2 = \left(\frac{h^*}{a_{s1}}\right) \qquad \beta_4 = \left(\frac{b_A}{a_{s1}}\right) \qquad \beta_6 = \left(\frac{b_F}{h^*}\right)$$

Cu ajutorul acestor definiții sistemul dorit al ecuațiilor interdependente diferențiale este obținut pentru procesul de impact, din ecuațiile (17)-(19), (27)-(31) și (38) și (39), după cum urmează:

Punctele de deasupra f reprezină diferențiale cu privire la timpul adimensional T. Ca unică condiție t = 0, următorul este substituit în calcul:

$$(f_2)_0 = \left(\frac{\dot{e}_{11}}{v}\right)_0 = \left(\frac{\dot{e}_{11}}{a_{s1}A}\right)_0 = -\theta \quad (54)$$

Acest lucru se poate vedea din figura 4:



Fig. 7. Accelerația unghiulară și liniară



Faptul ca vehiculul rulează într-o curbă circulară rezultă numai în sistemul de ecuații, prin parametrul $B_8 = a_{sI}/R$ din ecuația (46). Pentru orice altă geometrie a părții feroviare de rulare nedeformate, termenul V^2/R în ecuatia (18) ar trebui să fie înlocuit de o expresie corespunzătoare cu această geometrie, ceea ce va conduce la o expresie diferită pentru B_8 .

Prin impactul asupra șinelor drepte B_8 este egal cu 0, și prin orice altă configurație a șinei de deviere $B_8 = f_{(1)}$.

Ecuațiile diferențiale (46)-(53) sunt valabile până ce boghiul care trage circulă în curbă și introduce noile condiții.

Calculul numeric a fost efectuat cu valorile enumerate în rezumatul dimensiunilor principale, și cu $c_y = 1 \times 106$ [kg/m], A = 22 (corespunzător cu V = 100 km/h, sau $v = 27 \cdot 5$ m/s), R = 1000 [m], și $\theta = 0 \cdot 004$. Rezultatele sunt reprezentate grafic în figurile 7 - 9, pe dimensiunile abscisei A_t (la scalele corespunzătoare reprezentând atât distanța *s* cât și timpul *t*).

Figura 7 prezintă accelerațiile liniare și unghiulare; în figura 8 vitezele liniare și unghiulare corespunzătoare și în figura 9 deplasările laterale, unghiul $\dot{\phi}^*$ și forța de ghidare Y_{11} .



Fig. 8. Viteza unghiulară și liniară



Figura 7. Impactul inițial este foarte mare. Acesta se întinde pe o distanță de aproximativ 1•9 m (~0•07 s). Vârful în accelerația laterală apare după aproximativ 0•028 s. Scăderea accelerației laterale este interesantă. Prin acțiunea lui ψ , \ddot{y} reduce de la \ddot{y}_1 la roata care conduce (4•25m/s²) la \ddot{y}_1 (2•6 m/s²) la pivotul secțiunii transversale a boghiului. Accelerația de deplasare \ddot{e}_1 a suportului dă o reducere suplimentară considerabilă a lui \ddot{y} la \ddot{y}_1 , și în acest moment \ddot{y}_{SI}^* la nivelul centrului de greutate al corpului diferă foarte puțin de la \ddot{y}_I^* (înseamnă că efectul accelerației de rulare $\ddot{\phi}^*$ este doar mic). În același timp, există o creștere continuă a defazajului vârfurilor de accelerație. La nivelul centrului de greutate al vehiculului impactul accelerației este greu de remarcat. Toate accelerațiile laterale se apropie de valoarea statică v^2/R și toate accelerațiile relative și unghiulare se apropie de zero.

Figura 8. Această imagine arată că masa suspendată se înclină spre exterior foarte încet $(\dot{\phi}^*)$. Vitezele relative \dot{e}_I și \dot{e}_{II} în cele două boghiuri care determină forța de amortizare laterală diferă considerabil: \dot{e}_{II} este de mărime sub \dot{e}_I . Viteza unghiulară $\dot{\psi}$ se apropie de valoarea statică v/R și toate celelalte viteze se apropie de zero.

Figura 9. După cum s-a observat observa deja de la $\dot{\phi}^*$ și în figura 8, poate fi mult mai clar vazută din ϕ^* și e_I cum încet caroseria vehiculului urmează mișcarea diversională a boghiului ϕ^* și e_I nu ajung la valoarea maximă, înainte ca boghiul care trage circulă în curbă, după o distanță $2a_D = 19$ m, atunci când apar noi condiții. e_{II} este, de asemenea, foarte mic. Prin urmare, forța directoare pe pivotul boghiului care trage se menține redusă (a se vedea de asemenea \dot{e}_{II}). Acest lucru poate fi considerat ca justificare pentru asumarea unei mișcari drepte pentru acest boghiu.

La 1•25 m de la începutul impactului, forța de ghidare Y_{11} atinge un maxim de 2•8 [t], care este de două ori forța statică. Același lucru se aplică în cazul $e_{11}•e_{21}$ și e_{22} care sunt la început pozitive iar apoi devin negative. Acest lucru înseamnă că, la început polul de rotație C_{ψ} se află în spatele perechii de roți care trage, la $e_{21} = e_{22} = 0$ coincide cu perechea de roți, și apoi apropie poziția statică în fața acestei perechi de roți. Astfel distanța polară p_1 este mai mare decât a_{s1} deoarece $e_{12} > e_{22}$ ($T_{y12} > T_{y22}$). Toate curbele se apropie de valoarea lor statică.



Fig. 10. Mișcarea axelor boghiului A_1A_2 în canalul liniei deformate în lungul traiectoriei s

Figura 10. Prezintă procesul de mișcare a axei boghiului A_1A_2 în canalul de cale deformat de-a lungul rutei s. A_1 urmează calea de ghidare e_{11} . A_2 urmează traiectoria punctată. Deoarece nu intersectează ruta de deformare e_{21} dovedește că flanșa roții exterioare (roata din stânga) a perechii de roți care trage nu face contact. Acest lucru ar crea o schimbare a condițiilor pentru progresul în continuare al mișcării.

Următoarele patru cifre arată efectul variației θ , c_y , c_k și k_y asupra mărimii maximale a valorilor caracteristicilor în ceea ce privește calculul.

Figura 11: prezintă variația lui θ . (Este necesar doar să varieze condiția inițială $\theta = -(\dot{f}_2)_0$ în calcul). Toate maximalele (forța de ghidare Y_{11} și accelerațiile) arată o creștere lineară puternică cu θ . Acest fapt ar trebui să fie remarcat mai ales la proiectarea geometriei punctelor feroviare.



Figura 12: prezintă variația lui c_y . (privind calculul este necesar să varieze parametrul B_4). Raportul _{cy} la valoarea corespunzătoare $c_{yo} = 1 \times 106$ [kg/m] a calculului de bază a fost considerat ca abscisă. Cu cât constanta de ghidare este mai mare, cu atât sunt mai mari valorile maxime ale unghiului α_{11} (efect asupra flanșei roții și uzura parții feroviare), a forței de ghidare Y_{11} (sarcina roții și a șinei, uzura), a accelerațiilor \ddot{y}_1 și \ddot{y}_I și a acceleratiei unghiulare (măsurile puterii impactului). Aceste efecte nedorite pot fi eliminate sau reduse prin introducerea unei elasticități laterale între perechile de roți și cadrul boghiului [2].

Datorită acțiunii cadrului pendular, o schimbare a lui c_y are numai un efect mic asupra caroseriei vehiculului.

Figura 13: Prezintă variația lui c_k , variind lungimea l_p a cadrului pendular. (Privind calculul, parametrul B_{11} a fost variat). Acest lucru nu are efecte semnificative asupra boghiului. Numai cu lungimi extrem de mici ($l_p < 200 \text{ mm}$; $l_p = 0$ înseamnă ax pivotant fix) este vizibil efectul pe Y_{11} . Acest fapt a fost confirmat prin teste realizate de O.R.E. B10. Cu toate acestea, efectul asupra mișcării laterale a caroseriei vehiculului și asupra accelerației corespunzatoare este foarte puternic. La $l_p = 800 \text{ mm}$ suportul va veni în contact cu boghiul.

Figura 14: Prezintă variația lui k_y . (parametrul B_{13} a fost variat). Efectul asupra boghiului este mai puternic decât cel variind l_p , pentru că amortizoarele laterale vor rezista o deplasare relativă mai rapid și mai puternic decât o face cadrul pendular.

Variațiile ratei arcului de suspensie c_F și ale constantei de amortizare k_z a amortizorului vertical nu au avut nici un efect asupra boghiului.



CONCLUZII

Din studiul circulației vehiculelor în curbă rezultă valoarea minimă a razei puntru a nu se produce alunecări la contactul roată-șină. În acest caz se observă o tendință de așezare radială a primei osii. Relațiile matematice prezentate indică avantajele conducerii radiale în cazul curbelor dar cu o adaptare corespunzătoare a caracteristicilor elastice ale sistemului de ghidare a osiei vehiculului.

De asemenea seobservă că la depășirea vitezei, mișcarea de șerpuire a vehiculului va deveni instabilă, fenomen ce va conduce la solicitări transversale inadmisibile ale căii de rulare și chiar la periclitarea siguranței circulației. Viteza maximă de circulație în deplină siguranță a unui vehicul feroviar va fi mai mică cu 10-15% din viteza critică la șerpuire, aceasta dacă se ia în considerare o posibilă modificare în timp a caracteristicilor elastice ale sistemului de ghidare a osiilor.

Relațiile prezentate permit să se analizeze influența diferiților parametrii constructivi ai boghiului asupra mișcării de șerpuire și stabilirea condițiilor constructive pentru extinderea la viteze superioare regimului de mers a domeniului de stabilitate la șerpuire. Deși metoda aplicată se bazează pe o serie de ipoteze simplificatoare, aceasta se poate utiliza pentru evaluări inginerești rapide a performanțelor boghiurilor.

BIBLIOGRAFIE

- [1] *van.P.Bommel*, "Considerations Lineares Concernament le Mouvement de Lacet d'un Vehicle Ferroviaire.", UIC/ORE, C9, nov. 1968
- [2] D.E. Newland, "Steering a Flexible Raiway Track in Curved Track", Transaction of ASME, aug., 1969
- [3] J.J. Kalker, "There-dimensional Elastic Bogies i Rolling Contact", Kluwer Academic Publishers, Doetrech E.A., 1990
- [4] A.O. Gilchrist, "The Long Roald to Solution of the Railway Huntung and Curving Problem" Proceedings of the Conference From Rocket to Eurostar, and Beyond, 5 nov. 1997.
- [5] *S.Muller*, "Linearized Wheel-Rail Dynamics-Stability a Corrugation", *Fortschitt-Berrichte VDI*, Dussedorf, 1998
- [6] *R. Jolly, M. Laurent*, "Etude de la Dinamique transversale d'un Vehicule Ferroviaire", Banc Experimental de Vitry, Rapport SNCF, Division des Essays de Materiel, 1974
- [7] *S.Y. Lee, Y.C. Cheng*, "Influences of the Vertical and the Roll Motion of Frames on the Hunting Stability of Trucks moving on Curved Trsck" Journal of Sound and Vibration, 294, 2006.
- [8] *R. Jolly*, "Etude de la Stabilite transversale d'un Vehicule Ferroviaire Circulant a Grande Vitesse", Rail International, 12, 1971
- [9] I. Sebeşan, "Dinamica Vehiculelor Feroviare", Editura MatrixRom, București. 2011.