

SCURT COMENTARIU ASUPRA INTERPRETĂRII PRINCIPIULUI LUI BARRÉ DE SAINT-VENANT ÎN CONTEXTUL MODELĂRII SCHEMEI DE REZEMARE PRIN METODA ELEMENTULUI FINITⁱ

BARRÉ DE SAINT-VENANT'S PRINCIPLE BRIEF COMMENT CONCERNING FINITE ELEMENT METHOD APPROACH FROM FIXTURES POINT OF VIEW

Ștefan MOCANU

Universitatea Tehnică de Construcții București, Romania
e-mail: mocanustef@gmail.com

Rezumat: Este de notorietate faptul că analiza comportamentului structurilor cu ajutorul metodei de calcul cu element finit (Finite Element Analysis – FEA), implică un set de elemente de incertitudine datorate modului de aproximare a schemei de calcul utilizate în raport cu realitatea, elemente ce vor influența drastic acuratețea, în ultima instanță relevanța rezultatelor obținute. Articolul propune, în baza unui exemplu uzual în practica didactică și nu numai (grindă de egală rezistență, solicitată la încovoiere simplă), o discuție asupra modului de interpretare a binecunoscutului principiu al lui Barré de Saint-Venant, din punctul de vedere al modelării schemei de rezemare (implicit, a schemei de încărcare) cu ajutorul metodei elementelor finite.

Cuvinte cheie: Barré de Saint-Venant, principiu, grindă, egală rezistență, reazem, încovoiere.

Abstract: It is well known fact that a certain Finite Element Analysis involves a number of uncertainties and approximations that will largely influence both accuracy and reliability of each processing algorithm stage. Based on an elementary example from day to day educational practice (equal strength beam – simple bending theory case), we will try to put an emphasis on traditional Barré de Saint Venant's principle influence on one of the most common fixtures in FEA structure calculus approach, the so called fixed restraint.

Keywords: Barré de Saint-Venant, FEA, principle, equal strength, fixture, bending.

1. INTRODUCERE



Matematicianul și teoreticianul Adhémar Jean Claude Barré de Saint-Venant (1797-1886), a formulat în 1855 principiul conform căruia "...modul detaliat de aplicare a unei încărcări într-o zonă oarecare a unei structuri are o influență importantă asupra stării de eforturi din zona în care se află încărcarea, însă la distanțe suficient de mari de această zonă, influența nu se mai resimte..."[1], altfel, în exprimarea concisă a limbii engleze, "local effects quickly die out".

În ciuda simplității extreme în formulare, nu mai puțin a faptului că principiul ca atare face parte din grupul fundamental al ipotezelor din Rezistența Materialelor, importanța acestuia tinde să crească, paradoxal am putea spune, odată cu elaborarea de noi și sofisticate

ⁱ Comunicare prezentată la cel de-al XXI-lea Simpozion Național de Utilaje pentru Construcții (SINUC), București, 10-11 decembrie 2015

algoritmi de calcul numeric. Într-adevăr, nimic nu pare mai simplu decât alegerea unei rezemari de tip încastrare ori a unei scheme de încărcare de tip sarcină concentrată, utilizându-se de exemplu, suita de modelare și analiză FEA D'Assault SolidWorks[3,4]; avându-se în vedere că marea majoritate a tratărilor sunt efectuate în baza unor discretizări de tip **solid**, trebuie avut în vedere faptul că elementele de acest fel (nesimplificate), nu acceptă sarcini teoretice concentrate într-un punct ori suprimarea totală a gradelor de libertate pentru o față dată, îndepărtarea de la starea reală tehnică a structurii soldându-se cu alterări semnificative ale rezultatelor (zone de singularitate, etc.). Literatura de specialitate oferă variante de repartizare relativă a probabilității de apariție a abaterilor în funcție de etapa de calcul a algoritmului de rezolvare (fig.1), fiind de remarcat valorile mari datorate schemelor de încărcare (load values), respectiv de rezemare (supports) [2].

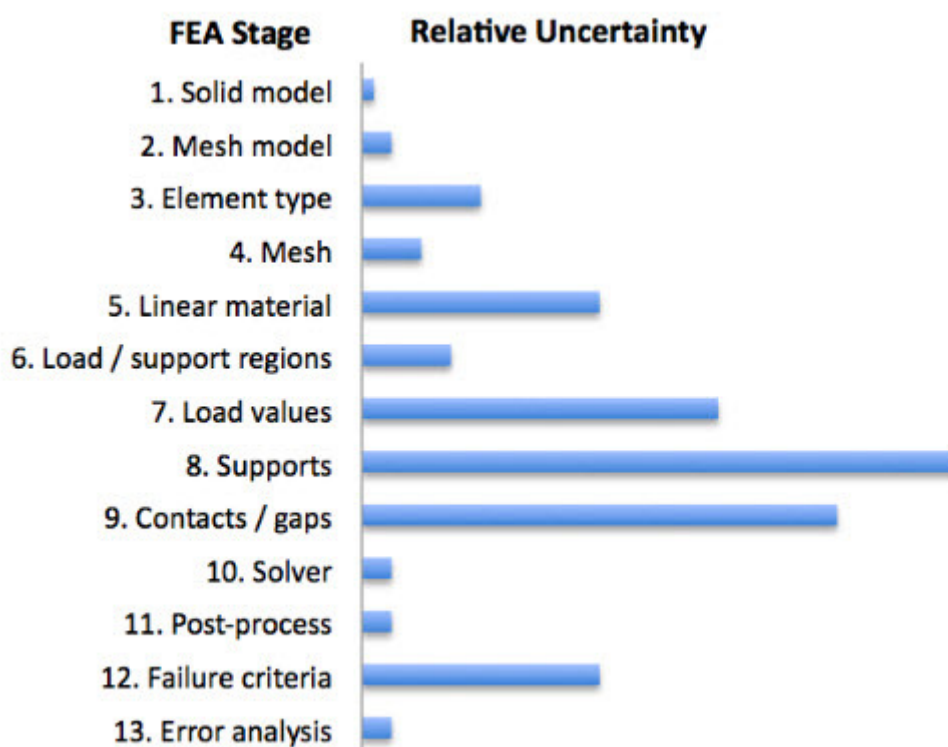


Figura 1

2. EXEMPLU COMENTAT

Se consideră schema de calcul a unei grinzi de egală rezistență, solicitată la încovoiere simplă, schema de rezemare fiind cea corespunzătoare unei console (fig.2). Structura corespunde unui stand de tensometrie rezistivă, din rațiuni de concentrare a expunerii fiind date în tab.1 valorile teoretice ale efortului unitar normal maxim la nivelul zonei de egală rezistență, în raport cu diverse marimi ale sarcinii aplicate în extremitate.

Scurt comentariu asupra interpretării principiului lui Barré de Saint-Venant în contextul modelării schemei de rezemare prin metoda elementului finit

Tabelul 1

P [daN]	1	2,434	4,869	5
$\sigma_{\max}$ [MPa]	8,22	20	40	41,1

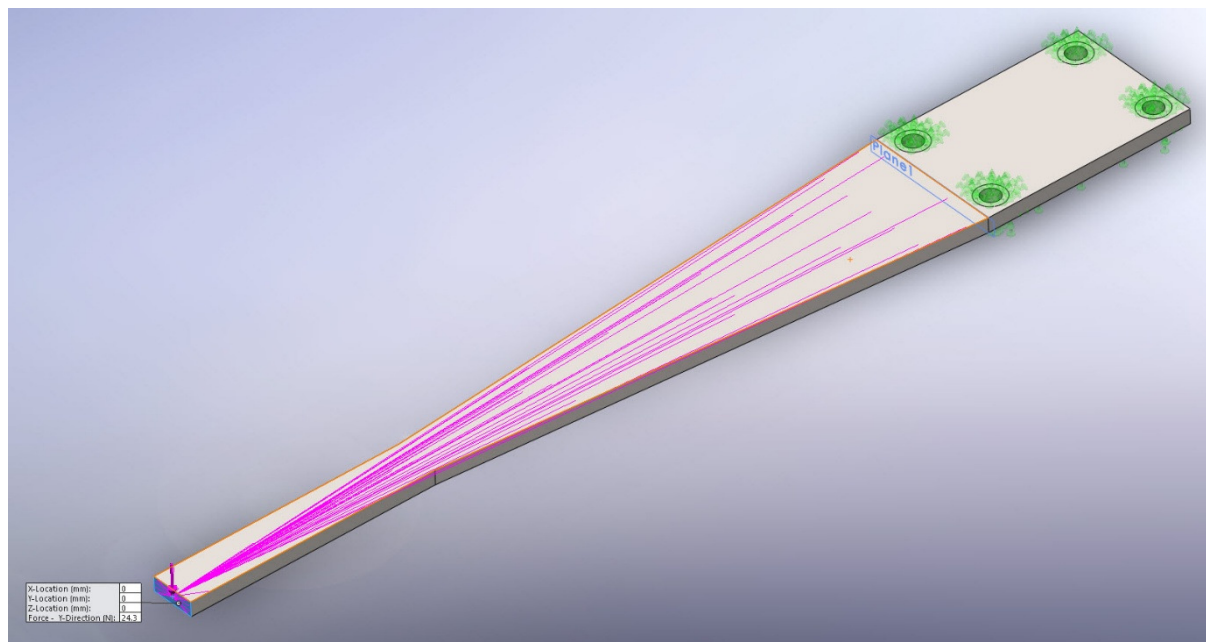


Figura 2

Schema de rezemare tinde să modeleze prinderea cu ajutorul a patru șuruburi M8 a grinzii de structura de rezistență a standului propriu-zis (fig.3, 4), schema de încărcare având mai multe variante (în fig.2 se remarcă utilizarea variantei remote load/direct transfer – reducerea efectului forțelor ce acționează în raport cu centrul de greutate al unei secțiuni considerate drept referință, iar în fig.8 varianta external load/force – sarcină distribuită uniform cu suprafața).

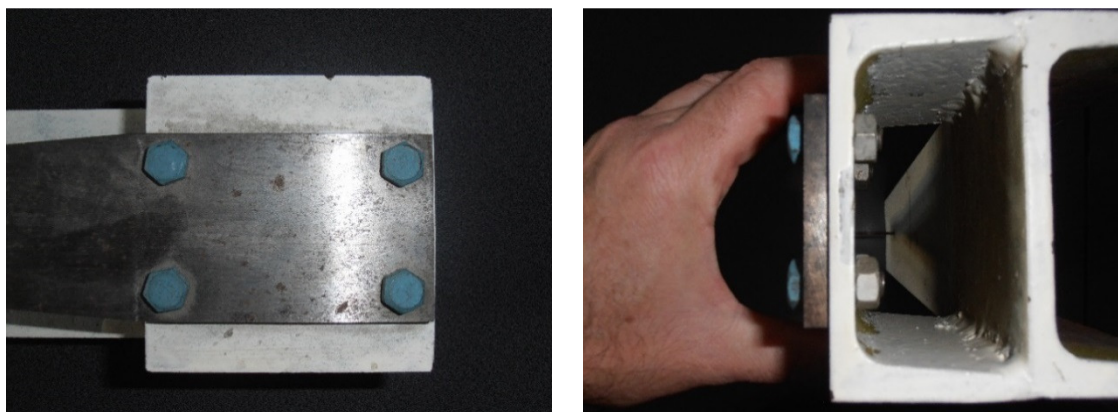


Figura 3

Astfel (fig.4), au fost declarate ca suprafețe fără grade de libertate (fixture/fixed), zonele de formă inelară de la contactul șurub-grinda, precum și fața de la zona inferioară de rezemare/contact cu structura de rezistență a standului (profile laminate standardizate tip “U”-UPN120); modelarea a fost realizată, în primă variantă, ca piesa izolată (part) și nu ansamblu (assembly).

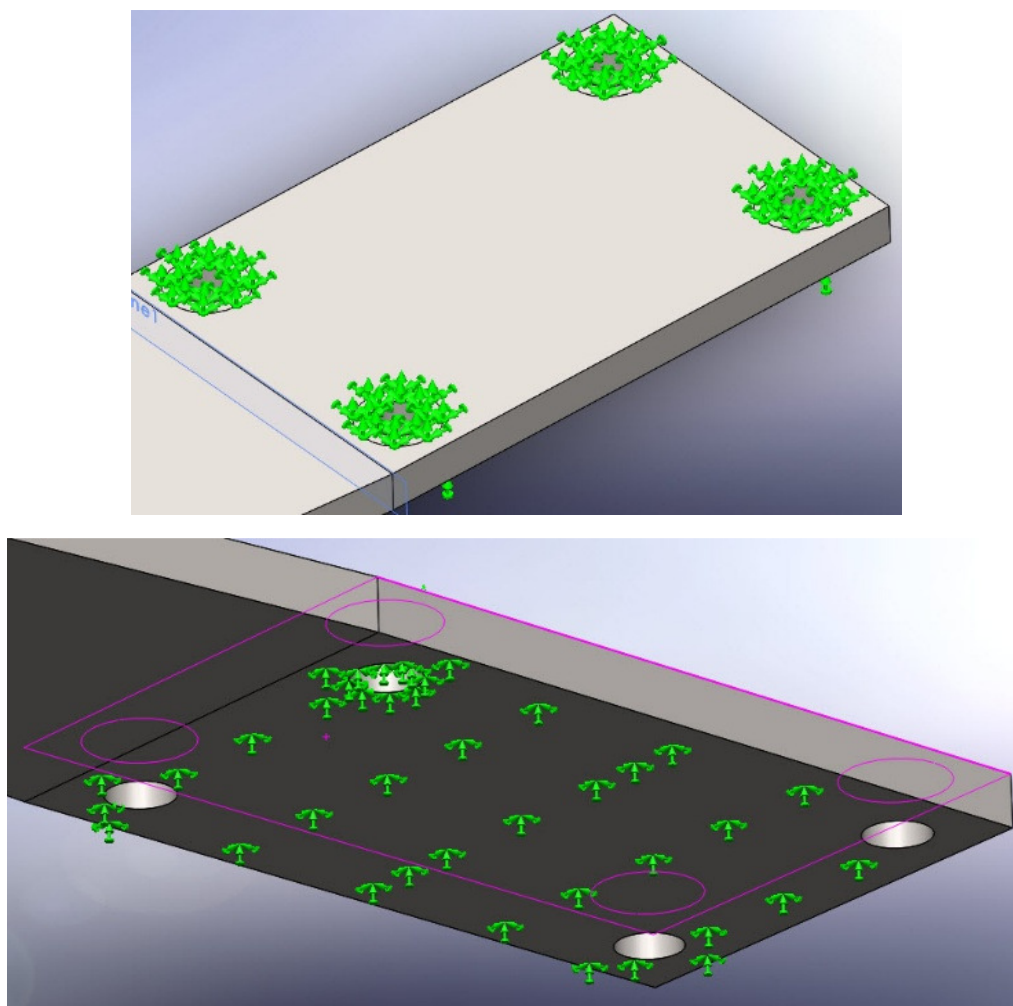


Figura 4

Din distribuția de tensiuni normale echivalente von Mises – fig.5 (criteriul de performanță von Mises-Hencki – teoria energiei potențiale specifice de deviație), se remarcă zonele de singularitate de la partea inferioară a grinzii (contactul cu profilul laminat), precum și ariile de concentrare a tensiunilor datorate variației de formă geometrică (piesă executată cu muchii fără rază de racord).

Scurt comentariu asupra interpretării principiului lui Barré de Saint-Venant în contextul modelării schemei de rezemare prin metoda elementului finit

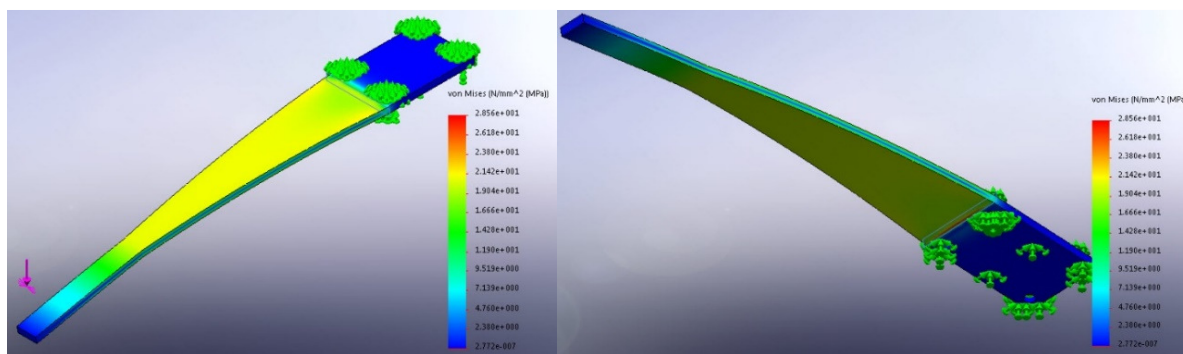


Figura 5

Revenind la obiectul discuției, modelarea de mai sus a fost realizată pentru o valoare a sarcinii de 2,434 daN (fig.2), cu caracteristicile geometrice ale structurii date fiind de așteptat o valoare țintă a tensiunii normale echivalente de circa 20 MPa, pentru întreaga zonă cu variație liniară de lățime a structurii (tab.1). Prin utilizarea instrumentelor specifice suitei software D`Assault SolidWorks (results/stress/iso clipping), prin stabilirea valorii de prag a tensiunii normale la 20MPa, se obține distribuția reală corespunzătoare mărimii stabilite, fiind evidentă existența unor abateri în special în zona imediat învecinată cu reazemul încastrat, deasemeni absența caracterului constant al variației în lungul consolei (grinda de egala rezistența), (fig.6).

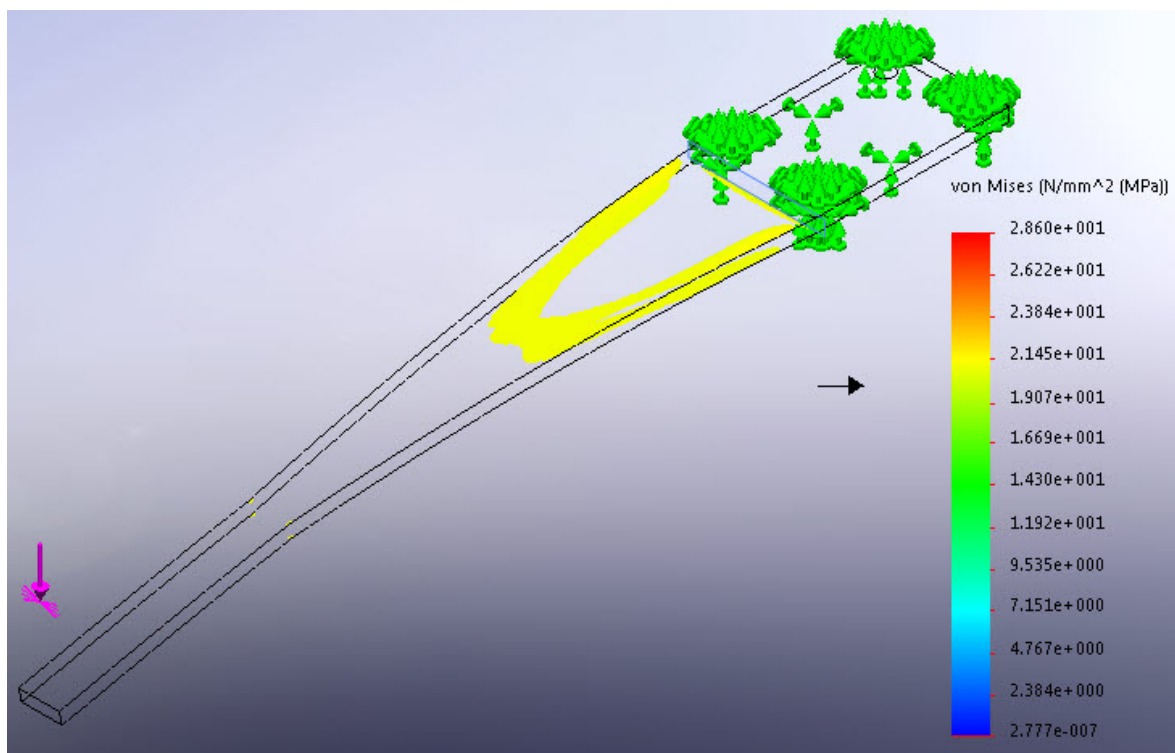


Figura 6

Prin eșantionare cu pas de 0,1MPa în ordine descrescătoare, cu ajutorul comenzii iso clipping ne putem face o idee asupra modului real de comportament a corpului studiat (intervalul de eșantionare este de 20 – 19,5MPa), astfel (fig.7):

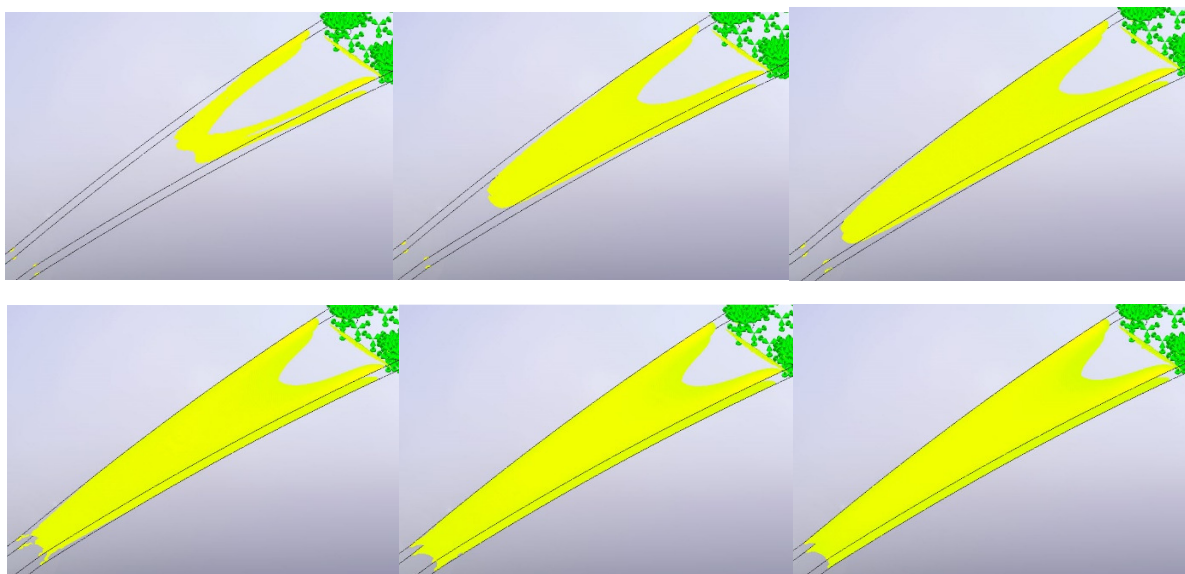


Figura 7

Pentru nevoile studiului comparat, structura se va considera, în cea de-a doua variantă de abordare, ca ansamblu (assembly) de elemente, grinda de egala rezistentă fiind solidarizată cu patru suruburi M8 de standul realizat din profil laminat standardizat UPN 120 (fig.3, 8).

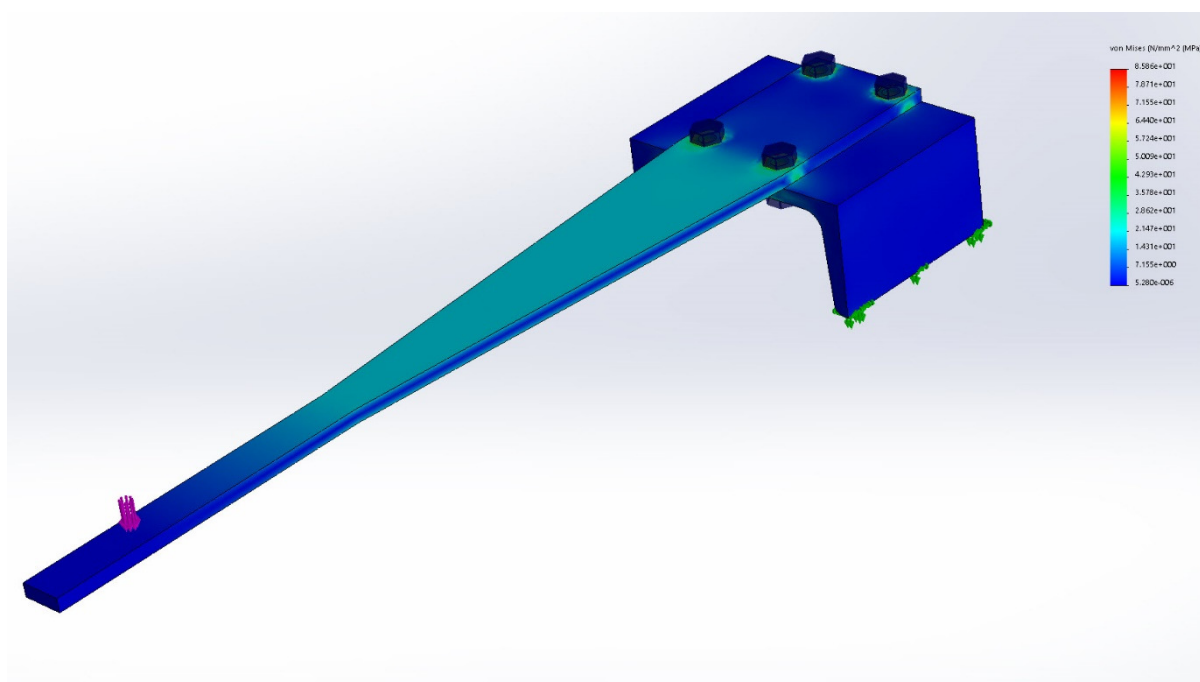


Figura 8

În acest caz, utilizarea unei metode de tip iso clipping va pune în evidență o altă alură a distribuției de tensiuni, diferențele putând fi remarcate în figurile 9 și 10.

Scurt comentariu asupra interpretării principiului lui Barré de Saint-Venant în contextul modelării schemei de rezemare prin metoda elementului finit

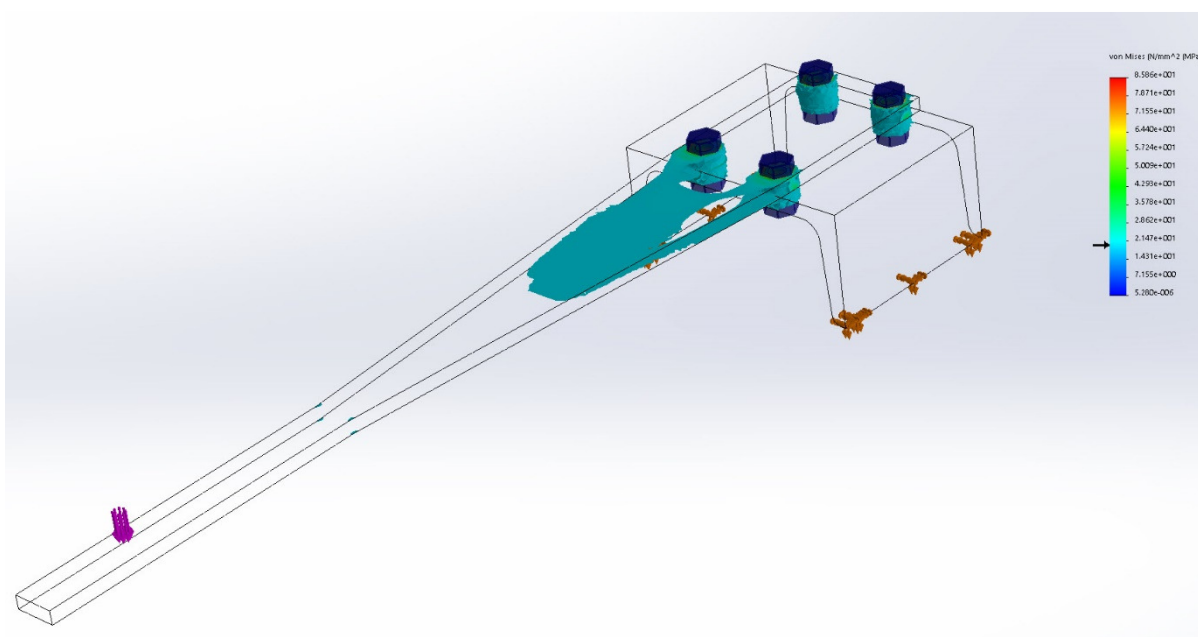


Figura 9

Prin comparație cu situația similară înregistrată în primul caz de modelare (fig.6), este de remarcat absența caracterului de simetrie a distribuției stării de tensiune la intradosul respectiv extradossul grinzii de egala rezistentă, în zona imediat apropiată zonei de fixare; studiul de eșantionare similar celui din figura 7 conduce la succesiunea de imagini din figura 10, astfel:

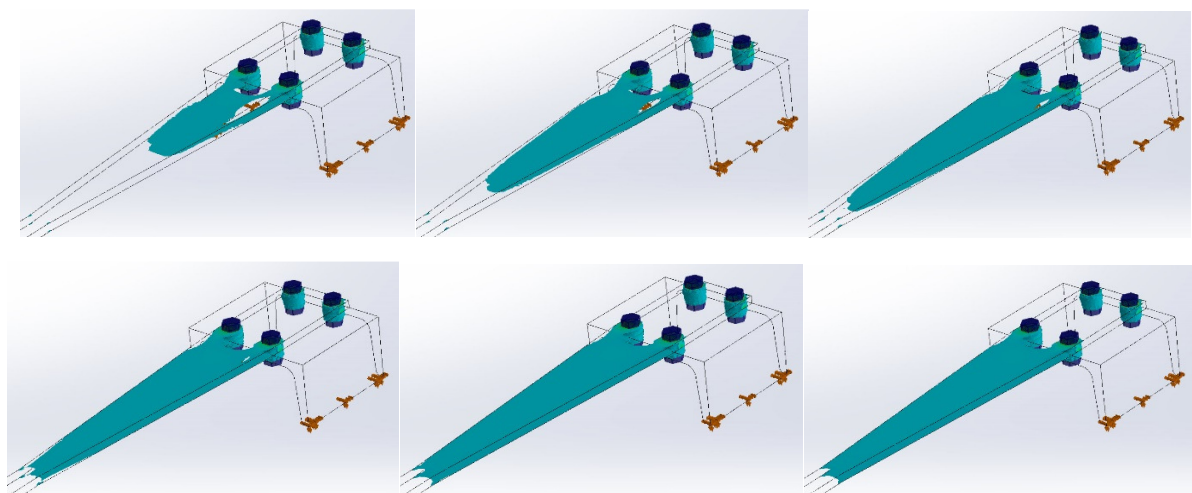


Figura 10

3. CONCLUZII ȘI OBSERVAȚII

În ceea ce privește maniera de modelare a unui reazem clasic tip încastrare, se remarcă o influență semnificativă asupra preciziei rezultatelor obținute, în cazul prezentat fiind de mare importanță, de exemplu, alegerea corectă a zonei de amplasare a traductorilor

tensometrici de tip marcă liniară (montaj în punte completă); orice apropiere excesivă a mărcilor tensometrice de zona de rezemare se va solda cu obținerea de valori alterate ale eforturilor unitare normale înregistrate. Din motive evidente de lipsă de precizie, nu a fost prezentată în detaliu varianta de încastrare **directă** (absența prinderii cu suruburi, fig.11).

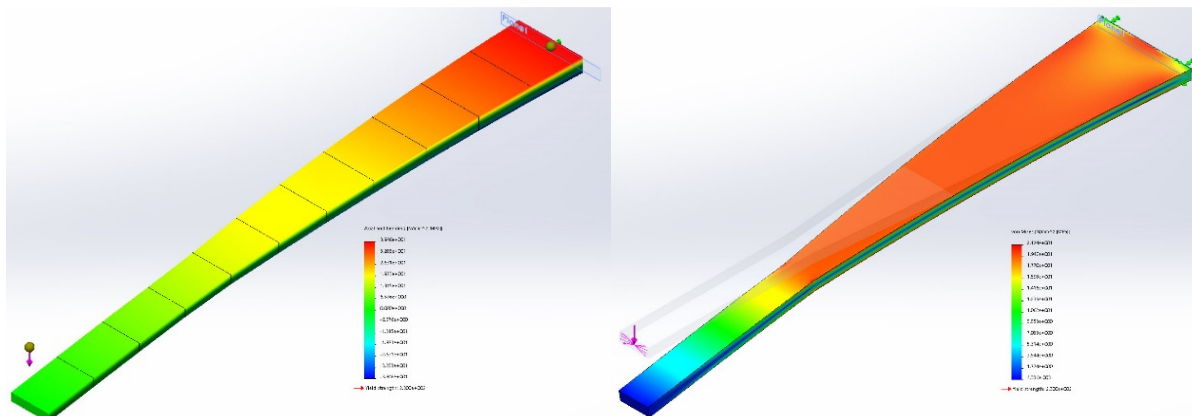


Figura 11

Din punctul de vedere al modelării schemei de încărcare, cu impact asupra estimării modului de variație a stării de tensiune la nivelul structurii, este de subliniat absența caracterului de simetrie a distribuției stării de tensiune la intradosul respectiv extradosul grinzii de egală rezistență, în zona imediat apropiată reazemului de fixare (fig. 6, 9). Așa cum ar fi de așteptat, schema de calcul cu modelarea sub formă de ansamblu a structurii, completată de o schemă de încărcare apropiată de soluția reală (fig.12), conduc la setul de rezultate cu cea mai mică marjă de eroare, modelarea corectă a realității rămânând un deziderat relativ greu de atins, chiar în cazul unei scheme didactice elementare.

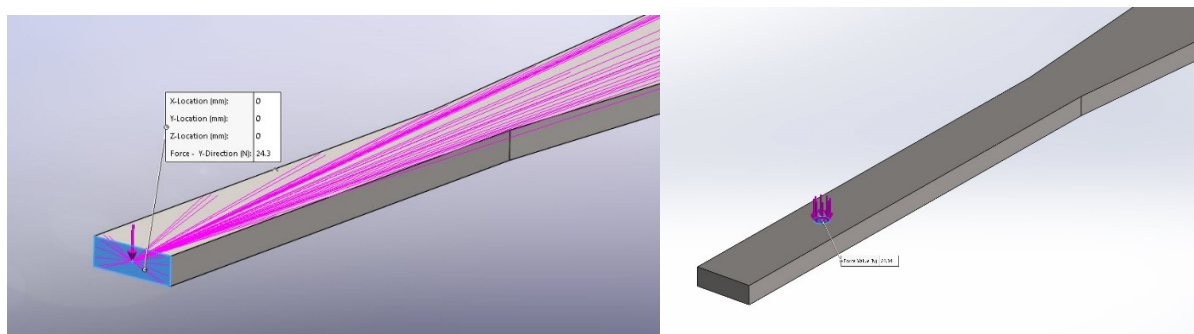


Figura 12

Ca observații suplimentare, din punctul de vedere al regulilor de buna practică a modelării cu ajutorul suitei D`Assault SolidWorks, pentru evitarea îngreunării lucrului cu elemente standardizate preluate din librăria proprie a aplicației (dificultăți legate de salvarea și reutilizarea acestui tip de elemente – parts în documente tip ansamblu (assembly)), pentru structura de rezemare tip profil laminat UNP120 a fost rulat executabilul C:\Program Files\SOLIDWORKS Corp\SOLIDWORKS\Toolbox\data utilities\slidsetdocprop.exe (în scopul schimbării stării parametrilor de utilizare), simultan cu modificarea setării generale a aplicației, Tools/Options/Hole Wizard/Toolbox, cu **debifarea** opțiunii “Make this folder the

Scurt comentariu asupra interpretării principiului lui Barré de Saint-Venant în contextul modelării schemei de rezemare prin metoda elementului finit

default search location for Toolbox components”. Discretizarea a fost realizată cu rețea de tip solid, dimensiune a elementului de 3,25mm, toleranță de 0,16mm, număr total de noduri ale rețelei de 91366, un număr total de elemente de 55774, procentajul de elemente cu Aspect Ratio < 3 fiind de 99,8% (indicator de calitate a rețelei de discretizare ce reflectă gradul de deformare al elementelor).

Corectitudinea rezultatelor parțiale obținute a fost verificată (a doua sursă de informație), cu ajutorul suitei de module open-source Salome 7.6.0[5,6], aplicație rulată sub sistemul de operare dedicat Caelinux 2013[7], (fig.13). Pentru evaluarea și compararea rezultatelor nu au fost luate în considerare decât acele încercări validate de sistemul intern de siguranță al suitei de calcul, în cazul unor tentative nereușite de discretizare (meshing) și/sau procesare a simulării propriu-zise, fiind utilă consultarea mesajelor de eroare, punct de pornire ulterior în diagnosticarea și refacerea etapei de studiu. Este de semnalat prezența unui aparat de urmărire și control extrem de detaliat a procesării etapei de calcul în sine (opțiune rar întâlnită la versiunile recente ale aplicațiilor similare din zona de specialitate), existând posibilitatea editării în mai multe variante (cu și fără posibilitate de intervenție directă), implicit de corectare a fișierelor de calcul [8].

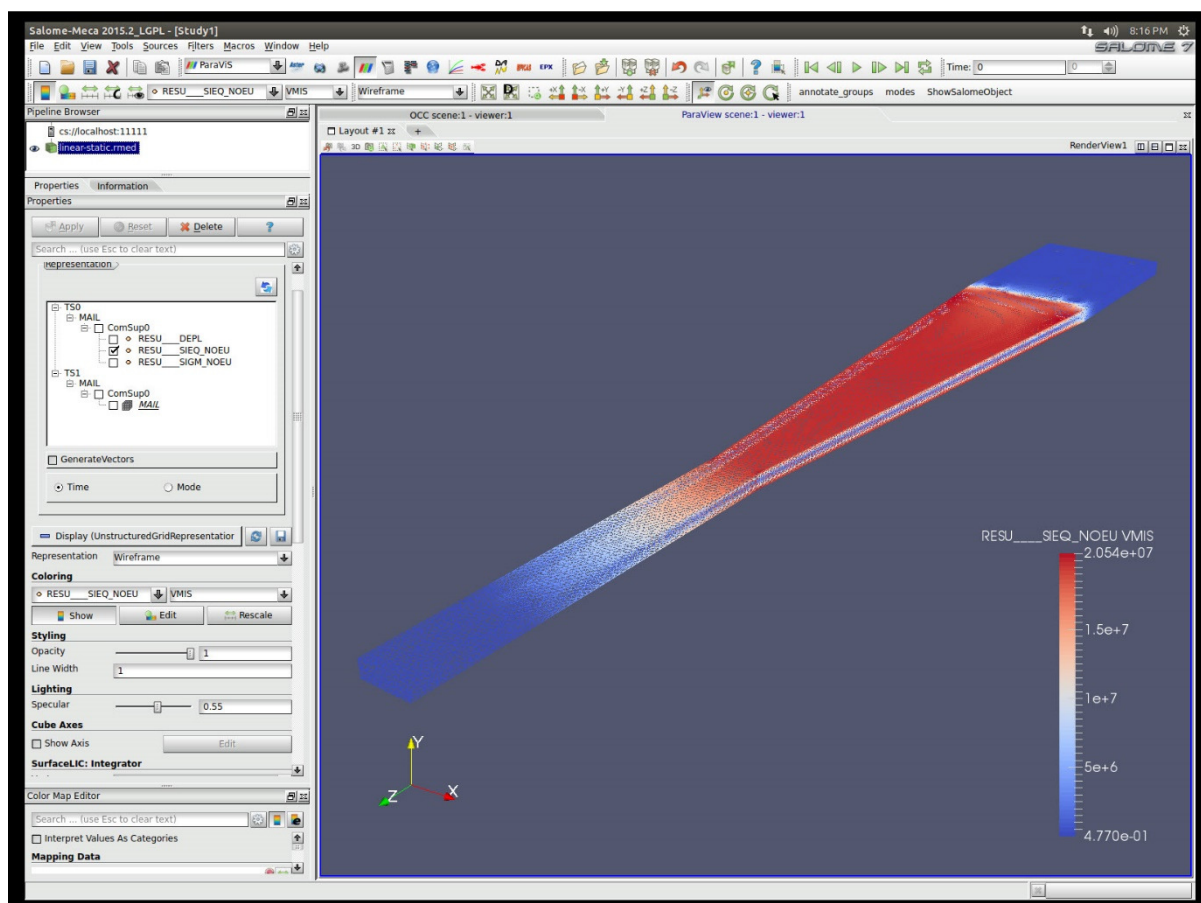


Figura 13

BIBLIOGRAFIE

- [1] **Ungureanu I., Ispas B., Constantinescu E.**, „*Rezistența Materialelor*”, vol.I, Institutul de Construcții București, 1981, 10 - 11.
- [2] **J.Ed Akin**, „*Finite Element Analysis Concepts via SolidWorks*”, World Scientific, Rice University, Houston, Texas, 2009, 12 - 15.
- [3] www.cadworks.ro/
- [4] www.3dcadvegra.ro/
- [5] www.salome-platform.org/
- [6] www.code-aster.de/
- [7] www.caelinux.com/CMS/
- [8] **Mocanu Șt.**, „*Studiu privind utilizarea mediilor de lucru open-source la rularea aplicațiilor F.E.A.-F.E.M.*”, SINUC 2011, București, 2011.