STUDIUL DINAMICII TROLIILOR DE SARCINĂ ALE MACARALELOR

STUDY OF THE DYNAMICS OF LOAD WINCHES OF CRANES

Marian NEAMȚU

Ing., Universitatea Tehnică de Construcții București, Romania
e-mail: neamtugmarian@yahoo.com

Rezumat: *Scopul studiului dinamic al troliilor de sarcină ale macaralelor de mare înălțime este de a determina parametrii generalizați (spațiul, viteza și accelerația sarcinii) funcție de sursa energetică de acționare (electric, termic sau hidraulic) în vederea obținerii unor performanțe caracteristice superioare caracterizate prin creșterea productivității, reducerea solicitărilor dinamice ale elementelor componente ale troliilor și construcției metalice a macaralelor, precum și stabilitatea la răsturnare.*
Cuvinte cheie: *Dinamică, spațiu, viteză, accelerație*

Abstract: *The purpose of the study of the dynamics of load winches of great height cranes is to determine the generalised parameters (space, speed and acceleration of load) depending on the energy source of drive (electric, thermal of hydraulic) in order to achieve superior characteristic performances characterised by increasing productivity, reducing dynamic strains of components of winches and metallic construction of cranes, and also the overthrow stability.*
Keywords:*Dynamics, distance, speed, acceleration*

1. INTRODUCERE

Etapa preliminară în studiul dinamic al oricărui tip de mașină constă în elaborarea schemei structurale a acesteia, în care se păstrează configuraţia generală a maşinii. De asemenea, în alcătuirea ei, se păstrează cu fidelitate toate lanţurile cinematice cu particularităţile lor geometrice. Deși în schema structurală nu este redată configuraţia geometrică a pieselor şi subansamblelor, cu ajutorul ei se poate studia cu suficientă precizie funcţionalitatea maşinii, determinâdu-se starea de solicitare statică a diferitelor piese sau subansamble.

In studiul dinamic ne sunt necesare următoarele informaţii:

a) caracteristicile masice şi elastice ale maşinii;
b) prezenţa forţelor active şi disipative;
c) existenţa jocurilor din cuplele cinematice.

Folosind schemele echivalente de calcul se stabilesc parametrii care determină mişcarea fiecărei mase, obținându-se ecuaţiile diferenţiale ale mişcării şi prin integrarea lor se stabilește legea mişcării. In final, se poate determina fără dificultate starea de solicitare dinamică a elementelor maşinii.

Elaborarea schemei dinamice de calcul se realizează în mai multe etape. In prima etapă, schema de calcul păstrează în mare măsură configuraţia maşinii şi cuprinde toţi parametrii ceruţi de studiul dinamic.

Schemele de calcul dinamic pot conţine mase în mişcare de translaţie şi mase în mişcare de rotaţie. In mod corespunzător se aleg coordonate generalizate reprezentând deplasări liniare sau deplasări unghiulare.

In multe cazuri este mult mai comod ca schemele dinamice de calcul să conţină numai un anumit fel de coordonate generalizate, fie numai unghiuri, fie numai deplasări liniare. In acest scop este necesară transformarea sistemelor de rotaţie în sisteme de translaţie şi invers.

Schema cinematică a mecanismului este prezentată în figura 1.

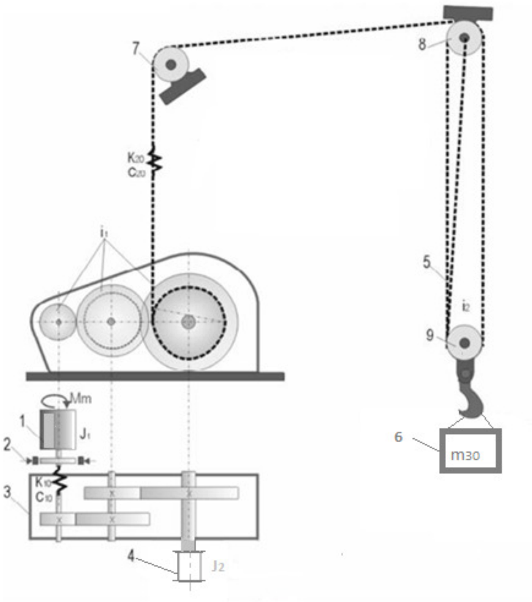

Fig. 1 – Schema cinematică

unde:

1 – motor de antrenare; 2 – cuplaj elastic; 3 – reductor; 4 – tambur; 5 – cablu; 6 – sarcină; 7, 8, 9 – role de cablu.

Pe schema cinematică a mecanismului sunt indicaţi parametrii masici şi elastici ai sistemului. Astfel, sunt cunoscute momentele de inerţie ale rotorului motorului, semi-cuplajelor, roţilor dinţate, tamburului, precum şi masa sarcinii de ridicat.

Inerția corpurilor este caracterizată de momentul de inerție J_1 al motorului și reductorului, momentul de inerție J_2 al tamburului, precum şi masa corpului de ridicat m_3. Raportul de transmisie al reductorului se notează cu i_1, iar numărul de ramuri ale palanului se notează cu i_2.

Pentru studiul dinamic al unui troliu de sarcină se pot folosi următoarele modele:

- modelul dinamic de rotație;
- modelul dinamic de translație;
- modelul dinamic bazat pe schema originală.

Primele două modele se bazează pe echivalarea mecanismului cu un sistem redus, pe când a treia schemă nu utilizează procedee de reducere. [1]

2. MODELUL DINAMIC DE ROTAȚIE

În studiul dinamic al mecanismului de ridicat, mărimile date sunt cele din schema originală și au indicele “0”. Mărimile mecanice din modelul de rotație sunt mărimi reduse. Mărimile reduse se determină pe baza conservării energiei folosind relațiile cinematice ce se pot stabili pe baza schemei originale (figura 2).

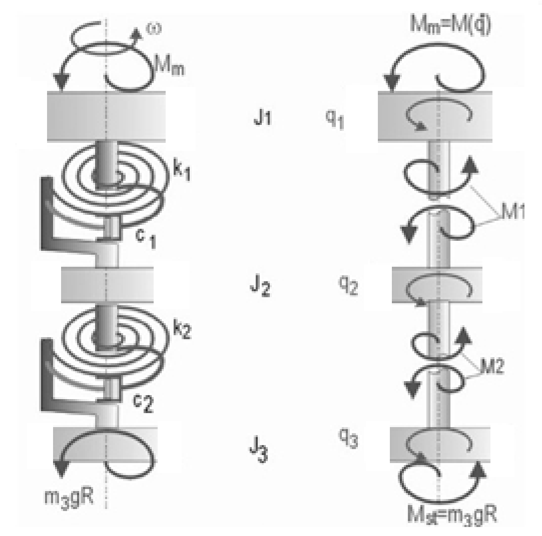

Fig. 2 – Schema originală

Momentul motor M_m este o mărime cunoscută și este dată de caracteristica motorului. Schema simplificată presupune că toate elementele se găsesc în mișcare de rotație, deci va trebui stabilită echivalența dintre mărimile caracteristice sistemul original și cele din modelul de rotație.

Calculul momentului redus la arborele motorului:

Se notează cu:

ω – viteza unghiulară a arborelui de ieșire al motorului de acționare [rad/s];

v – viteza sarcinii de ridicat în mișcare de translație [m/min];

i_1 – raportul de transmisie al reductorului;

i_2 – raportul de transmisie al palanului (numărul de ramuri ale cablului);

v_t – viteza unghiulară a tamburului [rad/s],

D – diametrul tamburului [m];

R – raza sarcinii redusă la arborele motorului [m]

$$v_t = i_2 v \tag{1.1}$$

$$v_t = \omega_t \frac{D}{2} = \frac{\omega}{i_1}\frac{D}{2} \tag{1.2}$$

$$i_2 v = \frac{\omega}{i_1}\frac{D}{2} \tag{1.3}$$

$$v = \omega \frac{D}{2 i_1 i_2} \tag{1.4}$$

$$v = \omega R \tag{1.5}$$

$$R = \frac{D}{2 i_1 i_2} \tag{1.6}$$

M_{st} – moment static

$$M_{st} = \frac{m_{30} g}{i_2}\frac{D}{2}\frac{1}{i_1} \tag{1.7}$$

$M_{st} = m_{30} g R$ – momentul redus la arborele motorului (1.8)

2.1 CALCULUL PARAMETRILOR MECANICI REDUȘI

a)Parametrii inerțiali

Se determină pe baza energiei cinetice:

$$E_{c_{re}} = E_{c_{or}} \tag{1.9}$$

$$\frac{1}{2} J_1 \omega^2 = \frac{1}{2} J_{10} \omega^2 \quad \Rightarrow \quad J_1 = J_{10} \tag{1.10}$$

$$\frac{1}{2} J_2 \omega^2 = \frac{1}{2} J_{20} \omega_t^2 = \frac{1}{2} J_{20} \left(\frac{\omega}{i_1}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad J_2 = \frac{J_{20}}{i_1^2} \tag{1.11}$$

$$\frac{1}{2} J_3 \omega^2 = \frac{1}{2} m_{30} v^2 = \frac{1}{2} m_{30} (R\omega)^2 \quad \Rightarrow \quad J_3 = m_{30} R^2 \tag{1.12}$$

b) Parametrii de rigiditate

Se determină pe baza energiei potențiale de deformație

$$E_{p_{re}} = E_{p_{or}} \tag{1.13}$$

$$\frac{1}{2} k_1 (\Delta\varphi_{1st})^2 = \frac{1}{2} k_{10} (\Delta\varphi_{0st})^2 \tag{1.14}$$

$$\Delta\varphi_{1st} = \Delta\varphi_{0st} \tag{1.15}$$

$$\Rightarrow \quad k_1 = k_{10} \tag{1.16}$$

$$\frac{1}{2} k_2 (\Delta\varphi_{2st})^2 = \frac{1}{2} k_{20} (\delta l_{st})^2 \tag{1.17}$$

$$k_2 \left(\frac{m_3 g R}{k_2}\right)^2 = k_{20} \left(\frac{m_{30} g}{i_2 k_{20}}\right)^2 \tag{1.18}$$

$$\Rightarrow \quad k_2 = R^2 i_2^2 k_{20} \tag{1.19}$$

c) Calculul parametrilor de amortizare

Se face pe baza energiei de disipare.

$$E_{d_{re}} = E_{d_{or}} \tag{1.20}$$

$$\frac{1}{2}c_1\omega^2 = \frac{1}{2}c_{10}\omega^2 \quad \Rightarrow \; c_1 = c_{10} \tag{1.21}$$

$$\frac{1}{2}c_2\omega^2 = \frac{1}{2}c_{20}(vi_2)^2 \tag{1.22}$$

$$\frac{1}{2}c_2\omega^2 = \frac{1}{2}c_{20}(\omega R i_2)^2 \tag{1.23}$$

$$\Rightarrow \quad c_2 = R^2 i_2^2 c_{20} \tag{1.24}$$

Pentru deducerea ecuațiilor dinamice de mișcare se va folosi una dintre teoremele generale din mecanică.

q_1, q_2, q_3 – coordonatele generalizate cu care se studiază mișcarea.

$$M_1 = M_{st} + M_{1d} + M_{1e} = m_3 gR + c_1(\dot{q_1} - \dot{q_2}) + k_1(q_1 - q_2) \tag{1.25}$$

$$M_2 = M_{st} + M_{2d} + M_{2e} = m_3 gR + c_2(\dot{q_2} - \dot{q_3}) + k_1(q_2 - q_3) \tag{1.26}$$

M_{1e}, M_{2e} – momente date de forțe elastice;

M_{1d}, M_{2d} – momente date de forțe de disipare.

Înlocuind în principiul lui D 'Alembert, se obține:

$$M_m - M_1 - J_1\ddot{q_1} = 0 \tag{1.27}$$

$$M_1 - M_2 - J_2\ddot{q_2} = 0 \tag{1.28}$$

$$M_2 - M_{st} - J_3\ddot{q_3} = 0 \tag{1.29}$$

$$J_1\ddot{q_1} + c_1\dot{q_1} - c_1\dot{q_2} + k_1 q_1 - k_1 q_2 = M_m(\dot{q_1}) - m_3 gR \tag{1.30}$$

$$J_2\ddot{q_2} - c_1\dot{q_1} + (c_1 + c_2)\dot{q_2} - c_2\dot{q_3} - k_1 q_1 + (k_1 + k_2)q_2 - k_2 q_3 = 0 \tag{1.31}$$

$$J_3\ddot{q_3} - c_2\dot{q_2} + k_2\dot{q_3} - k_2 q_2 + k_2 q_3 = 0 \tag{1.32}$$

Sub forma matriceală:

$$\begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q_1} \\ \ddot{q_2} \\ \ddot{q_3} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 & -c_1 & 0 \\ -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 \\ 0 & -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q_1} \\ \dot{q_2} \\ \dot{q_3} \end{Bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M(\dot{q_1}) - m_3 gR \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{1.33}$$

Cunoscându-se toate datele relative la sistemul inițial și diagrama momentului motor, printr-o metodă de integrare numerică se obțin legile de mișcare, vitezele, accelerațiile și la sistemele inerțiale se pot determina eforturile din cablu. [1]

2.2 DETERMINAREA LEGILOR DE MIȘCARE

Sistemul diferenţial liniar de ordinul al doilea (relația 1.33) se scrie sub următoarea formă matricială:

$$\begin{bmatrix} J1 & 0 & 0 \\ 0 & J2 & 0 \\ 0 & 0 & J3 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 & -c_1 & 0 \\ -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 \\ 0 & -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \cdot$$

$$\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} == \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{pmatrix} \qquad (1.34)$$

unde $f_1 = M(\dot{q}_1) - m_3 gR;\ f_2 = f_3 = 0$.

Se ştie că acest sistem este echivalent unui sistem diferenţial liniar de ordinul întâi. Pentru a scrie sistemul echivalent, vom introduce următoarele notaţii:

$$u_1 = q_{1;}\ u_2 = \dot{q}_1; u_3 = q_{2;}\ \ u_4 = \dot{q}_2;\ u_5 = q_3\ ;\ \ u_6 = \dot{q}_3 \qquad (1.35)$$

Mărimile introduse sunt funcţii care depind de timp, derivabile, de clasă $C^2([t_0, t])$, unde $0 \le t_0 < t$. Prin derivare obţinem relaţiile diferenţiale:

$$\begin{aligned} \dot{u}_1 &= \dot{q}_1 = u_2, \\ \dot{u}_2 &= \ddot{q}_1, \\ \dot{u}_3 &= \dot{q}_2 = u_4, \\ \dot{u}_4 &= \ddot{q}_2, \\ \dot{u}_5 &= \dot{q}_3 = u_6, \\ \dot{u}_6 &= \ddot{q}_3. \end{aligned} \qquad (1.36)$$

Substituind în (1.36) expresiile $\ddot{q}_1, \ddot{q}_2, \ddot{q}_3$, obţinute din (1.1), rezultă sistemul diferenţial liniar de ordinul întâi,

$$\begin{cases} \dot{u}_1 = u_2 \\ \dot{u}_2 = \ddot{q}_1 = \frac{1}{J_1}[-k_1 u_1 - c_1 u_2 + k_1 u_3 + c_1 u_4 + f_1], \\ \dot{u}_3 = u_4, \\ \dot{u}_4 = \ddot{q}_2 = \frac{1}{J_2}[k_1 u_1 + c_1 u_2 - (k_1 + k_2) u_3 - (c_1 + c_2) u_4 + k_2 u_5 + c_2 u_6 + f_2], \\ \dot{u}_5 = u_6 \\ \dot{u}_6 = \ddot{q}_3 = \frac{1}{J_3}[k_2 u_3 + c_2 u_4 - k_2 u_5 - c_2 u_6 + f_3]. \end{cases}$$

(1.37)

Sistemul (1.37) se scrie sub următoarea formă matricială:

$$\dot{u}(t) = Au(t) + b(t), \qquad 0 \le t_0 < t, \qquad (1.38)$$

unde, $u(t) \in M_{6,1}(R)$ este matricea necunoscutelor, $b(t) \in M_{6,1}(R)$ este matricea termenilor liberi, iar $A = \left(a_{ij}\right)_{i,j=\overline{1,6}} \in M_{6,1}(R)$ este matricea sistemului având respectiv elementele:

$$u(t) = \begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \\ u_4(t) \\ u_5(t) \\ u_6(t) \end{pmatrix}; \quad b(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ b_2(t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_1}{J_1} & -\frac{c_1}{J_1} & \frac{k_1}{J_1} & \frac{c_1}{J_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_1}{J_2} & \frac{c_1}{J_2} & -\frac{k_1+k_2}{L_2} & -\frac{c_1+c_2}{J_2} & \frac{k_2}{J_2} & \frac{c_2}{J_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_2}{J_3} & \frac{c_2}{J_3} & -\frac{k_2}{J_3} & -\frac{c_2}{J_3} \end{bmatrix},$$

(1.39)

unde $b_2(t) = f_1(t)/J_1$.

Pentru sistemul diferenţial (1.5) se impun condiţiile iniţiale

$$u_1(t_0) = a_1,\ u_2(t_0) = a_2, u_3(t_0) = a_3, u_4(t_0) = a_4, u_5(t_0) = a_5, u_6(t_0) = a_6, \qquad (1.40)$$

sau, folosind transpusa matricei $u(t)$, putem scrie condiţiile iniţiale sub forma:

$$u(t_0) = (a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \quad a_6)^T \in M(6,1) \qquad (1.41)$$

Vom obţine o soluţie numerică a sistemului diferenţial (1.38) cu condiţiile iniţiale (1.40), folosind metoda Runge-Kutta.

Considerând un studiu de caz privind determinarea parametrilor generalizați (spațiu, viteză, accelerație), s-a ales o macara cu următoare caracteristici:

- sarcină maximă de ridicare: 274,1 t,
- inălţime maximă de ridicare: 84 m,
- raza maximă de acţiune: 48 m,
- moment maxim admis (moment capabil): 1235 tm
- viteza de ridicare a sarcinii maxime: 4,8 m/min

Parametrii elementelor componente ale mecanismului de ridicare sunt prezentați în continuare:

- Momentul de inerție al reductorului este:
$$J_r = 1\ kg.m^2$$
- Raportul de transmisie al reductorului:
$$i_r = 78{,}45$$
- Diametrul tamburului de cablu;
$$D_t = 600\ mm$$
- Lungimea iniţială a ramurii de cablu dintre tobă şi palan:
$$l_c = 50\ m$$
- Cablul are diametrul: $d_c = 25\ mm$, forţa admisibilă $F_a = 12600 daN$, constanta elastică
$k_2 = 3{,}5 \cdot 10^8 N/m$ şi factorul de amortizare vâscoasă $\xi_2 = 3 \cdot 10^7 N/m \cdot s$
- Raportul de transmitere al palanului:
$$i_p = 27$$
- Diametrul rolă scripete:
$$D_r = 450\ mm$$

- Lungimea iniţială a palanului:

$$L = 50\ m$$

- Momentul de inerţie al scripetelui:

$$J_s = 0{,}1\ kg \cdot m^2$$

- Factorul de amortizare vâscoasă in articulaţia scripetelui:

$$\xi_3 = 1N \cdot m/rot \cdot min$$

- Constanta elastică a cuplajului:

$$k_1 = 5\ Nm/grad$$

- Factorul de amortizare:

$$\xi_1 = 0{,}2Nm/rot.min$$

În cazul acţionării troliului cu motor electric, modelul fizic de acționare este prezentat în figura 3:

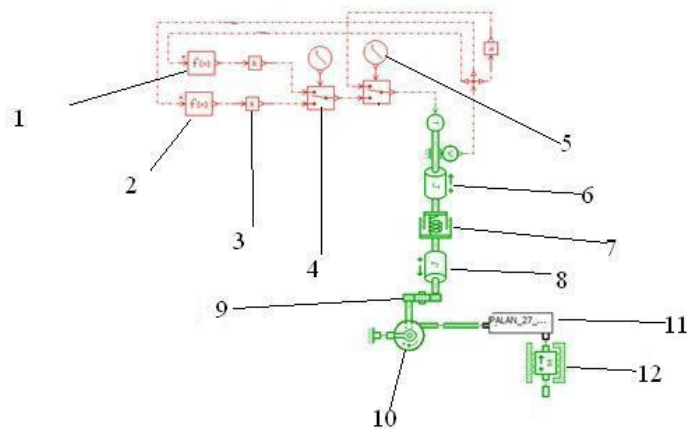

Fig. 3 – Model fizic cu motor electric

unde: 1 – generator de funcţie (regim de motor) cu respectarea caracteristicilor motorului electric; 2 – generator de funcţie (regim de frânare); 3 – amplificator; 4 – releu comutare; 5 – comandă relee; 6 – volant (moment de inerţie motor); 7 – cuplaj elastic cu amortizare constant elastică; 8 – volant (moment de inerţie a reductorului); 9 – reductor; 10 – tambur; 11 – palan; 12 – sarcină

Cunoscându-se caracteristica motorului electric care variază conform diagramei din figura 4 și considerându-se o mărime de intrare (funcția de referință), care respectă această diagramă, pentru un ciclu care se desfășoară pe o perioadă de 1 minut, cu regimurile tranzitorii (pornire-oprire) de maxim 3 secunde se obțin, în baza datelor prezentate mai sus, parametrii generalizați (spațiu, viteză și accelerație).

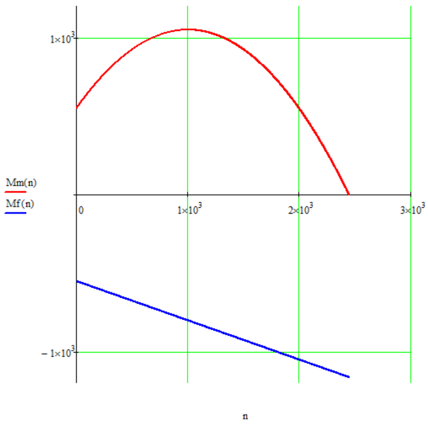

Fig. 4 – Caracteristica motorului electric

In urma desfăşurării experimentului rezultă pentru mărimile de ieşire următoarele diagrame:

- diagrama de deplasare a sarcinii (spaţiul) este prezentată în figura 5:

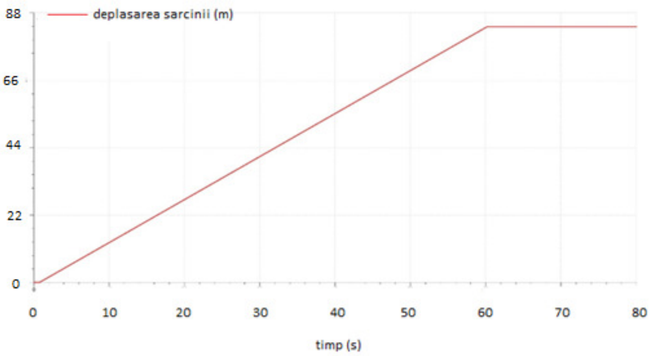

Fig. 5 – Diagrama de deplasare a sarcinii (spaţiul)

- diagrama vitezei sarcinii este prezentată în figura 6:

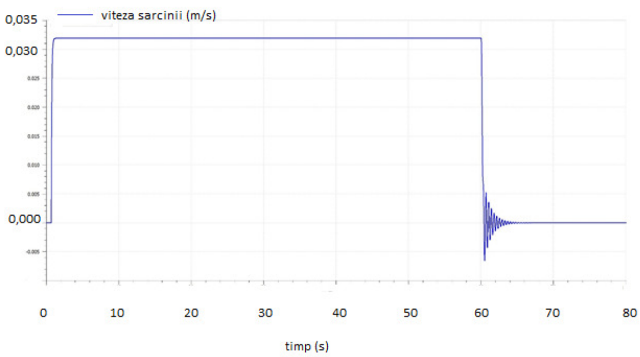

Fig. 6 – Diagrama vitezei sarcinii

- diagrama variaţiei acceleraţiei sarcinii este prezentată în figura 7:

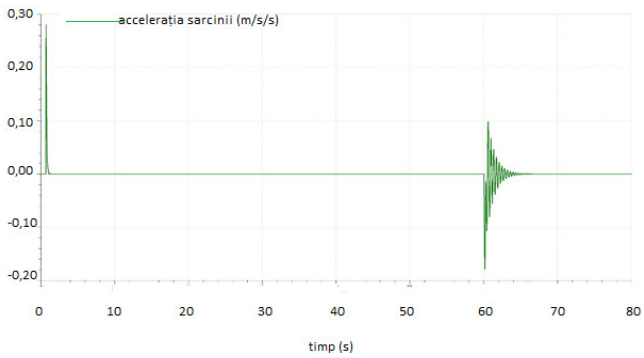

Fig. 7– Diagrama variației accelerației sarcinii

3. CONCLUZII

Se observă că la ridicarea sarcinii asezate se disting două etape. Prima etapă corespunde tensionării palanului de ridicare până când se dezvoltă un efort de ridicare egal cu greutatea sarcinii. În această etapă sarcina rămâne pe suprafața de așezare (aproximativ 1, 2 secunde), structura metalică a macaralei deformându-se elastic ca, de altfel, și cablul de ridicare. Sistemul se comportă ca un sistem dinamic cu o singură masă (masa echivalentă a construcției metalice) şi are un singur grad de libertate. După desprinderea sarcinii, macaraua evoluează ca un sistem dinamic cu două mase, adăugându-se masa sarcinii care, fiind suspendată, efectuează oscilații elastice care se observă în figura. 7, la pornire cât și după așezarea sarcinii la sfîrșitul ciclului (amortizarea oscilațiilor cablului).

BIBLIOGRAFIE

1. **L. Bereteu** – *Dinamica maşinilor şi utilajelor*, Timişoara, 2009
2. **M. Alămoreanu, L Coman, S. Nicolescu** - *Mașini de ridicat*, Editura Tehnică, 1996;
3. **M. Alămoreanu –** *Introducere în dinamica mașinilor de ridicat*, Editura Conspress, 1999;
4. **A. Darabonț, I. Iorga, D. Voiteanu, H. Simaschevici** – *Şocuri și vibrații. Aplicații în tehnică*, Editura Tehnică, 1988;
5. **V. Vâlcovici, Șt. Bălan, R. Voinea –** *Mecanică teoretică,*, Editura Tehnică, București, 1963