

O PRIVELIȘTE MATEMATICĂ ASUPRA MECANISMELOR DE MĂRUNȚIRE

MATHEMATICS OPINION ON THE GRINDING MECHANISMS

Cristian PAVEL¹, Radu PANAITESCU-LIESS²

¹prof. univ. dr. ing. - Facultatea de Utilaj Tehnologic, U.T.C.B., Romania

²ș. I. dr. ing. - Facultatea de Utilaj Tehnologic, U.T.C.B., Romania

Rezumat: În prezenta lucrare, autorii prezintă câteva elemente referitoare la procesele fizice care au loc în incinta morilor. În procesul de măcinare apar solicitări diverse (de compresiune, forfecare, încovoiere, șoc), toate acestea conducând la apariția noi suprafețe. De cele mai multe ori, scopul final urmărit este o cât mai mare creștere a suprafeței specifice a materialului măcinat (de exemplu atunci când se dorește obținerea unor materiale de construcție cu proprietăți superioare). Totuși, la un anumit moment, se realizează o stabilizare a suprafeței specifice la o anumită valoare, fapt ce se traduce printr-un diametru mediu final al particulelor materialului măcinat care nu se poate micșora oricât de mult.

Cuvinte cheie: măcinare, suprafață specifică, stabilizare

Abstract: In this paper, the authors present some elements on the physical processes that occur inside the mills. In the milling process occur various stresses (compression, shearing, flexure, shock), all leading to the emergence of new surfaces.

By most times, the ultimate aim is the highest possible increase of surface area of the ground material (for example when it wants to obtain higher technical building materials). However, at some point, is done to stabilize the specific surface to some value, which means that the final average particle diameter of the milled material may not decrease however long.

Keywords: grinding, surface area, stabilisation

1. INTRODUCERE

Procesul de mărunțire a materialelor reprezintă practic mărirea suprafeței specifice, aceasta însemnând la rândul său, o creștere a sumei ariilor suprafețelor granulelor din unitatea de masă sau volum. [2]

Oricare ar fi solicitările mecanice la care sunt supuse materialele în acest proces de măcinare – și aici ne referim la solicitările de compresiune, forfecare, încovoiere și șoc – rezultatul final constă în apariția unor suprafețe noi, în urma unor fenomenele fizice violente, a unor repetate ciocniri care fac tranziția între ordinea inițială și haosul intermediar din timpul funcționării echipamentului respectiv, cu apariția în final a ordinii și anume, a produsului finit.

Dacă luăm spre exemplificare fenomenele ce se desfășoară în morile cu bile, în cazul particulelor de dimensiuni mari, la început se produce o deformare elastică, urmată de apariția fisurilor, iar în momentul în care se ajunge la forța de rupere, particulele se fărâmițează (figura 1). [5]

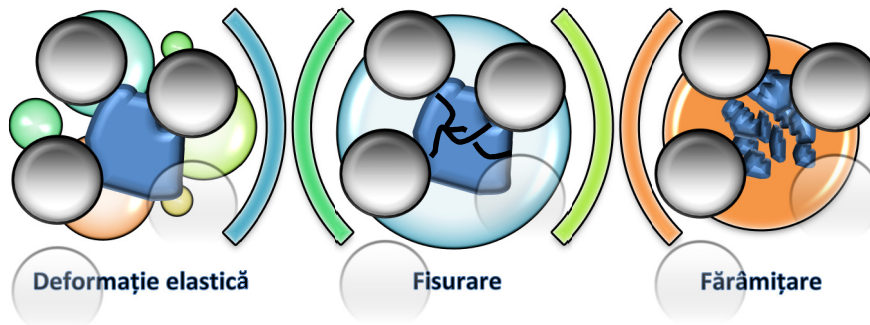


Figura 1 – Procesul de fărâmițare din incinta morilor cu bile

Este bine să precizăm că, în cazul particulelor de dimensiuni nanometrice, în urma procesului de măcinare, acestea vor suferi mai întâi o ușoară deformație elastică, urmată de trecerea la curgerea plastică. În consecință, dacă mijlocul de agitare al morii are o viteză de rotație mare, se va produce un fenomen de strivire sau de “forjare” a particulei de material, fenomen cunoscut în literatura de specialitate drept apariția “fulgului de nea” [6] (figura 2).

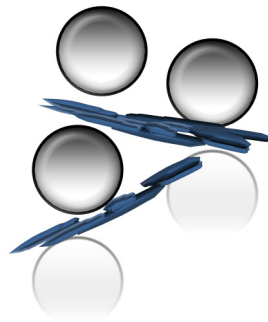


Figura 2 – Fenomenul de ”forjare” (apariția fulgului de nea)

Cele trei componente ce participă în cadrul procesului de măcinare – bile, corpul morii și materialul care urmează a fi sfărâmat – influențează performanța unei mori pe două direcții: macrodinamica sistemului oscilant și anume, mișcarea bilelor și a corpului morii și microdinamica sistemului oscilant, strâns legată de deformarea materialului de sfărâmat și evoluția sa microstructurală. [8]

Pe de o parte, coliziunile permanente din incinta morii vor modifica continuu proprietățile materialului de măcinat, iar pe de altă parte macrodinamica morii va suferi schimbări prin intermediul coliziunilor individuale anterioare ce influențează producerea următoarelor evenimente de coliziune. [8]

Se poate spune că, evoluția microstructurală și structura produsului finit este influențată și controlată de macrodinamica morii, macrodinamica și microdinamica fiind într-o strânsă relație de interdependență (figura 3). [8]

Dintre scopurile finale ale proceselor de mărunțire (figura 4), ne vom opri asupra măririi suprafeței specifice, deoarece aceasta poate să caracterizeze, în anumite circumstanțe, mult mai bine un amestec granular, în raport cu studierea curbelor granulometrice. [2]

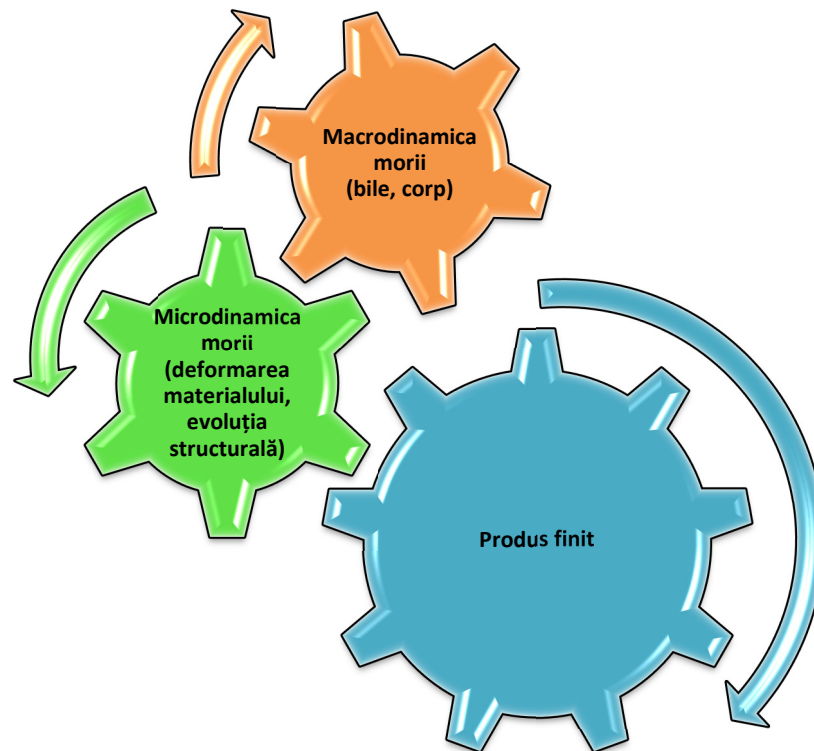


Figura 3 – Interdependența macrodinamicii și microdinamicii morii

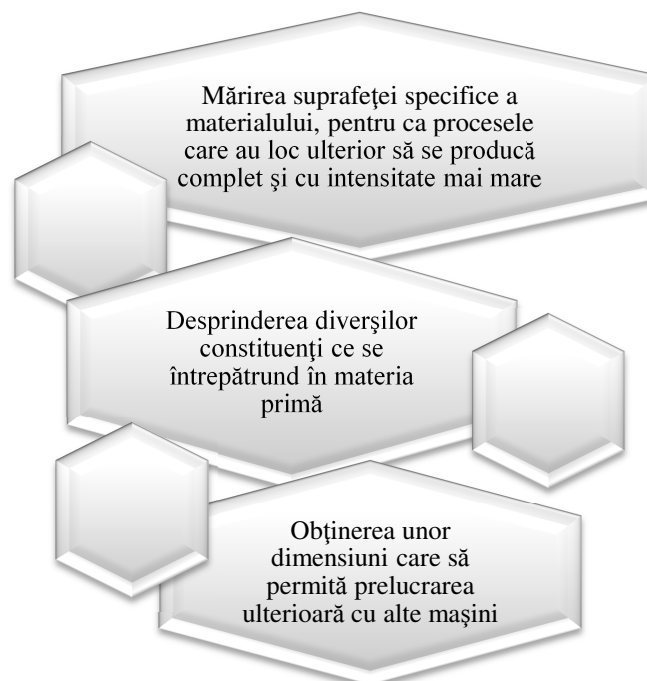


Figura 4 - Scopurile urmărite prin procesul tehnologic de măcinare

În cazul amestecurilor granulare, aria suprafeței specifice reprezintă suma ariilor tuturor suprafețelor exterioare ale granulelor care alcătuiesc unitatea de cantitate de amestec, cu ignorarea ariei interioare (cum ar fi aria fisurilor sau porilor). [2]

2. CONSIDERAȚII MATEMATICE

Vom nota cu A aria lateral a suprafeței particulei de material, cu V volumul acesteia și cu ρ densitatea intrinsecă a materialului particulei. În acest caz, relația ce caracterizează aria suprafeței specifice A_s [m^2/kg] este [2, 3]:

$$A_s = \frac{A}{\rho \cdot V} \quad (1)$$

În [1] este realizată o prezentare extrem de concisă a matematicii care se găsește în spatele mecanismului de feedback. Putem aplica acest mecanism pentru a studia fenomenele care se produc în incinta morilor. Principala caracteristică a mecanismului de feedback este că o cantitate oarecare (în cazul nostru aria suprafeței specifice), este variabilă și valoarea sa în fiecare moment este dependentă de valoarea sa la un moment anterior (figura 5).

Procesul de feed-back poate fi privit deci, ca un sistem dinamic care “deplasează” suprafața specifică inițială A_0 la timpul t_0 , succesiv în $A_1, A_2, A_3, \dots, A_i, A_{i+1}, \dots, A_n$. Acest șir de puncte care se creează se numește orbita lui A_0 . Dacă această orbită este regulată, dinamica este regulată, iar dacă orbita nu este regulată avem de-a face cu o dinamică haotică. [1]

Astfel, dacă materialul de măcinat are suprafața specifică inițială A_0 , după o perioadă de timp Δt , aceasta va deveni A_n (suprafață specifică de la finalul procesului de măcinare).

Vom considera pentru început, că rata de creștere a suprafeței specifice este constantă în timp:

$$R = \frac{A_{i+1} - A_i}{A_i} \quad (2)$$

Atunci ecuația de mai sus poate fi scrisă sub forma:

$$A_{i+1} = f(A_i) = (1 + R)A_i \quad (3)$$

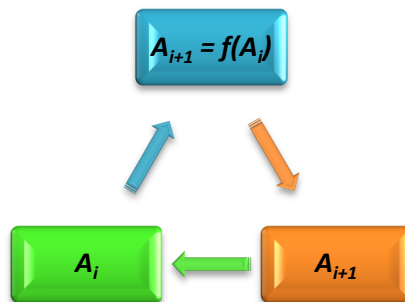


Figura 5 – Ilustrarea mecanismului de feedback

La finalul procesului de măcinare, produsul finit (“populația” de particule de material măcinat) va avea o suprafață specifică finală:

$$A_n = (1 + R)^n \cdot A_0 \quad (4)$$

relație care se obține prin înlocuiri repetate (de la $A_1 = (1 + R) \cdot A_0$ până la $A_n = (1 + R) \cdot A_{n-1}$).

3. MODELUL MATEMATIC

Studiind relația (4) implicația apare imediat: ne putem deplasa cu procesul de mărunțire, oricât de mult în sensul creșterii suprafeței specifice. Cu alte cuvinte, procesul de măcinare din incinta morii poate continua fără o anumită limită, iar diametrele medii ale particulelor se vor micșora fără o anumită limită.

În practică însă, lucrurile stau cu totul altfel. După ce s-a atins o valoare finală a ariei suprafeței specifice, aceasta nu va mai crește, oricât de mult timp ar mai dura măcinarea. În plus, s-a mai constatat că, nici mărirea turației dispozitivului de agitare al morii peste turația critică nu va influența în sens pozitiv finețea produsului (cu alte cuvinte, creșterea suprafeței specifice). [7]

Această noțiune de turație critică a fost introdusă de Fischer în 1904 și se referă la turația limită de la care, continuând procesul de măcinare, creșterea fineții produsului finit încetează [4]:

$$n_{cr} = \frac{42,3}{\sqrt{D}} \quad (5)$$

unde D este diametrul corpului morii.

În [4] este de asemenea menționată și corecția pe care Fahrenwald a adus-o expresiei (5) și anume introducerea mărimii $D_s = D - d_k$, obținându-se, conform lui Steiger și Gow, relația:

$$n_{cr} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{R - r_k}} \quad (6)$$

unde, d_k – diametrul corpurilor de măcinat;

R – raza morii [cm];;

r_k – raza corpurilor de măcinat [cm];

g – accelerația gravitațională [cm/s^2].

În anul 1945, un matematician belgian și anume Pierre Verhulst, formulează o lege de creștere a populației umane care ține seama de o anumită limită maximă. Această lege arată că rata de creștere a populației tinde la 0, pe măsură ce populația se apropie ca număr de limita maximă. [1]

Observăm o asemănare izbitoare între fenomenele ce se produc în incinta morilor și viața reală. Aplicând această lege procesului de măcinare, rata constantă va deveni variabilă $R - kA_n$ (k este o constantă fixată), iar legea dinamică (3) se va modifica astfel:

$$A_{i+1} = f(A_i) = (1 + R) \cdot A_0 = (1 + R - kA_n) \cdot A_n = (1 + R) \cdot A_n - kA_n^2 \quad (7)$$

Se observă că odată atinsă valoarea A_n , suprafața specifică a “populației” de particule din moară rămâne constantă:

$$f(A_n) = A_n \quad (8)$$

Astfel, procesul lui Verhulst aplicat în studiul proceselor fizice ce se desfășoară în incinta morilor produce o evoluție a suprafeței specifice care se stabilizează la mărimea A_n .

Stabilizarea suprafeței specifice la o anumită valoare înseamnă de fapt că, diametrul mediu al particulelor materialului măcinat nu se poate micșora oricât de mult.

4. CONCLUZII

De remarcat faptul că, pentru o rată de creștere mai mica decât doi, procesul de măcinare se stabilizează, acest lucru însemnând că, deși aparent în interiorul morilor procesele de măcinare au un comportament haotic, în realitate lucrurile nu stau chiar așa.

Autorii acestui articol își propun, pe viitor, studierea mai amănunțită a acestei similitudini - între rata de creștere a populației umane și rata de creștere a ariei suprafeței specifice a particulelor din incinta morilor.

De asemenea, literatura de specialitate [1] indică faptul că, restricția $R < 2$ este perfect aplicabilă populației umane. Pentru ”populația” de granule ar trebui ca această restricție să fie, de asemenea, adevărată, lucru care va trebui însă verificat. În plus, mai trebuie studiată și constanta k pentru cazul în care rata R devine variabilă.

BIBLIOGRAFIE

- [1] Devlin, K. – *Vârsta de aur a matematicii*, Editura Theta, București, 2000, p. 90-95;
- [2] Ene, I. G., Pavel, C. – *Mori tubulare cu bile*, editura PRINTECH, București 2015, ISBN 978 – 606 – 23 – 0431 – 7, p. 11-12, 28-29;
- [3] Ene, I. G. – *Granulometrie*, Referat în cadrul doctoratului, I.P.B., 1979;
- [4] Legendi, A, Pavel., C. – *Considerații asupra valorii critice a turației de funcționare a morilor vibratoare*, SIMEC 2007, Edidura Matrixrom, București, p. 137-140;
- [5] Mende, S. – *Grinding and Dispersion in the Field of Nanotechnology*, Ceramic Forum International, Ber, DKG, 82 2005, No 9;
- [6] Panaitescu-Liess, R. – *Aspecte referitoare la disiparea de energie în morile cu mijloace de agitare*, Comunicare la cel de-al XV –lea Simpozion Național de Utilaje pentru Construcții - SINUC 2009;
- [7] Panaitescu-Liess, R. - *Analiza proceselor fizice ce se desfășoară în incinta morilor cu mijloace de agitare*, Comunicare la cel de-al XV –lea Simpozion National de Utilaje pentru Constructii - SINUC 2009;
- [8] Panaitescu-Liess, R., Legendi, A., Pavel, C. - *Considerations concerning the dynamics of vibratory mills used in powders' mechanical milling process*, Analele Universității “Eftimie Murgu” Reșița, Anul XVII, nr. 1, 2010, ISSN 1453 – 7397,p. 31-38.