

## STUDIUL DINAMICII TROLIILOR DE SARCINĂ ACȚIONATE CU MOTOR TERMIC

### STUDY OF THE DYNAMICS OF LOAD WINCHES DRIVEN HEAT ENGINE

Marian NEAMȚU

Universitatea Tehnică de Construcții București, Romania

e-mail: neamtugmarian@yahoo.com

**Rezumat:** În cazuri speciale de utilizare a motoarelor termice, pentru acționarea trolilor de sarcină ale macaralelor, studiul dinamic al regimurilor tranzitorii (pornire oprire) se face în condițiile impunerii unor mărimi de intrare (legi sau pachete de legi) în scopul obținerii unor performanțe dinamice superioare, având ca efect creșterea productivității și diminuarea solicitărilor dinamice din construcția metalică a macaralei.

**Cuvinte cheie:** performanță, productivitate, flexibilitate.

**Abstract:** In special cases of use of heat engines for driving load winches of cranes, the dynamic study of transitory regime (on/off) is performed by imposing input data (laws or packages of laws) in order to achieve superior dynamic performance, resulting increased productivity and reduced dynamic strain in the metal construction of the crane.

**Keywords:** performance, productivity, flexibility.

#### 1. INTRODUCERE

Elaborarea schemei structurale a mașinii unde se păstrează configurația generală reprezintă etapa preliminară a studiului dinamic, păstrând cu fidelitate toate lanțurile cinematice cu particularitățile lor geometrice. Cu ajutorul schemei structurale se poate studia cu suficientă precizie funcționalitatea mașinii, determinându-se starea de solicitare statică a diferitelor piese sau subansamble.

În studiul dinamic ne sunt necesare următoarele informații:

- a) caracteristicile masice și elastice ale mașinii;
- b) prezența forțelor active și disipative;
- c) existența jocurilor din cuplele cinematice.

Elaborarea schemei dinamice de calcul se realizează în mai multe etape. În prima etapă, schema de calcul păstrează în mare măsură configurația mașinii și cuprinde toți parametrii ceruți de studiul dinamic.

Folosind schemele echivalente de calcul se stabilesc parametrii care determină mișcarea fiecărei mase, obținându-se ecuațiile diferențiale ale mișcării și prin integrarea lor se stabilește legea mișcării. În final, se poate determina fără dificultate starea de solicitare dinamică a elementelor mașinii.

## 2. MODELUL DINAMIC AL MECANISMULUI DE RIDICARE DEDUS PE BAZA SCHEMEI ORIGINALE

Pentru studiul dinamic al trolui de sarcină se poate folosi modelul bazat pe schema originală, schemă care nu utilizează procedee de reducere.

Schema cinematică a unui trolu de sarcină este prezentat în figura 1 unde se presupune că în momentul de începere a mișcării, sarcina  $m_3$  este suspendată în cârlig, la distanța  $h$  față de pământ.

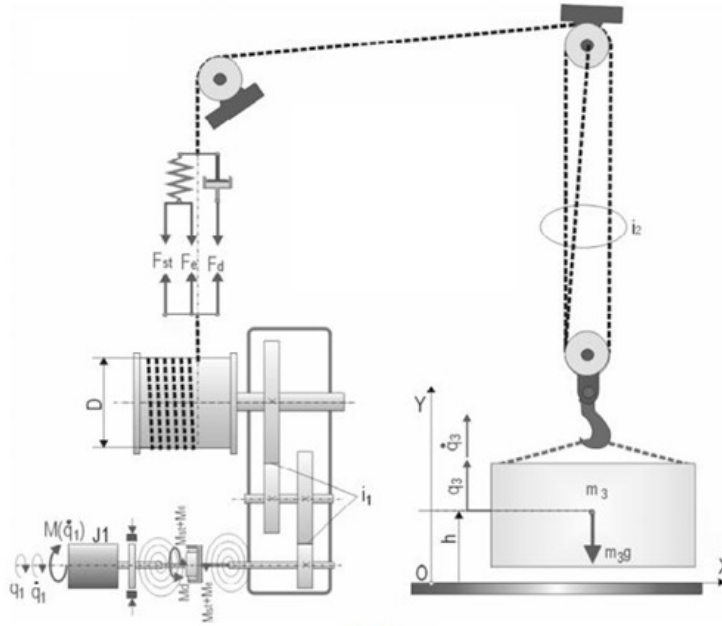


Figura 1

La un moment dat al mișcării de ridicare se poate presupune, neglijând pierderile în sistemul de acționare, că forțele și momentele în elementele elastice sunt cele de mai jos:

- forța statică, elastică și de disipare (frecare):

$$F = F_{st} + F_e + F_d \quad (1)$$

- momentul static, momentul forței elastice și momentul forței de disipare:

$$M = M_{st} + M_e + M_d \quad (2)$$

Expresiile lor sunt:

$$F = \frac{m_3 g}{i_2} + k_2 \left( \frac{D}{d} q_2 - i_2 q_3 \right) + c_2 \left( \frac{D}{d} \dot{q}_2 - i_2 \dot{q}_3 \right) \quad (3)$$

$$M = m_3 g R + k_1 (q_1 - i_1 q_2) + c_1 (\dot{q}_1 - i_1 \dot{q}_2) \quad (4)$$

Aplicând principiul lui D'Alembert, se obțin ecuațiile:

$$J_1 \ddot{q}_2 = i_1 M - F \frac{D}{2} = i_1 c_1 (\dot{q}_1 - i_1 \dot{q}_1) - \frac{D}{2} c_2 \left( \frac{D}{2} \dot{q}_2 - i_2 \dot{q}_3 \right) +$$

$$+c_1 k_1 (q_1 - i_1 q_1) - \frac{D}{2} k_2 \left( \frac{D}{2} q_2 - i_2 q_3 \right) \quad (5)$$

$$m_3 \ddot{q}_3 = i_2 F - m_3 g = i_2 c_2 \left( \frac{D}{2} \dot{q}_2 - i_2 \dot{q}_3 \right) + i_2 k_2 \left( \frac{D}{2} q_2 - i_2 q_3 \right) \quad (6)$$

După rearanjare și punere sub formă matriceală, se obține:

$$\begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 & -i_1 c_1 & 0 \\ -i_1 c_1 & i_1^2 c_1 + \frac{D^2}{4} c_2 & -\frac{D}{2} i_2 c_2 \\ 0 & -\frac{D}{2} i_2 c_2 & i_2^2 c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & -i_1 k_1 & 0 \\ -i_1 k_1 & i_1^2 k_1 + \frac{D^2}{4} k_2 & -\frac{D}{2} i_2 k_2 \\ 0 & -\frac{D}{2} i_2 k_2 & i_2^2 k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M(\dot{q}_1) - m_3 g R \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (7)$$

La aceleași ecuații se ajunge și folosind ecuațiile lui Lagrange.

Acest ultim set de ecuații dă atât soluția pentru deplasări, viteze și accelerații ale sistemului original, cât și soluția pentru momentele și forțele în elementele elastice, fără a fi nevoie de sisteme reduse și revenire la sistemul original. [1].

## 2.1 DETERMINAREA ECUAȚIILOR DINAMICE DE MIȘCARE

Ecuațiile dinamice de mișcare a acestui model sunt date de sistemul diferențial liniar de ordinul al doilea (relația 7), scris sub următoarea formă matricială:

$$\begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 & -i_1 c_1 & 0 \\ -i_1 c_1 & i_1^2 c_1 + \frac{D^2}{4} c_2 & -\frac{D}{2} i_2 c_2 \\ 0 & -\frac{D}{2} i_2 c_2 & i_2^2 c_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & -i_1 k_1 & 0 \\ -i_1 k_1 & i_1^2 k_1 + \frac{D^2}{4} k_2 & -\frac{D}{2} i_2 k_2 \\ 0 & -\frac{D}{2} i_2 k_2 & i_2^2 k_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

unde  $f_1(t) = M(\dot{q}_1) - m_3 g R$ ;  $f_2(t) = f_3(t) = 0$ .

Se știe că acest sistem este echivalent un sistem diferențial liniar de ordinul întâi. Pentru a scrie sistemul echivalent, vom introduce următoarele notații:

$$u_1 = q_1; u_2 = \dot{q}_1; u_3 = q_2; u_4 = \dot{q}_2; u_5 = q_3; u_6 = \dot{q}_3 \quad (9)$$

Mărimile introduse sunt funcții care depind de timp, derivabile, de clasă  $C^2([t_0, t])$ , unde  $0 \leq t_0 < t$ . Prin derivare obținem relațiile diferențiale:

$$\dot{u}_1 = \dot{q}_1 = u_2, \dot{u}_2 = \ddot{q}_1, \dot{u}_3 = \dot{q}_2 = u_4, \dot{u}_4 = \ddot{q}_2, \dot{u}_5 = \dot{q}_3 = u_6, \dot{u}_6 = \ddot{q}_3 \quad (10)$$

Substituind în (10) expresiile  $\ddot{q}_1, \ddot{q}_2, \ddot{q}_3$ , obținute din (8), rezultă sistemul diferențial liniar de ordinul întâi,

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{u}_1 = u_2 \\ \dot{u}_2 = \ddot{q}_1 = \frac{1}{J_1} [f_1 - k_1 u_1 - c_1 u_2 + i_1 k_1 u_3 + i_1 c_1 u_4], \\ \dot{u}_3 = u_4, \\ \dot{u}_4 = \ddot{q}_2 = \frac{1}{J_2} \left[ f_2 + i_1 k_1 u_1 + i_1 c_1 u_2 - \left( i_1^2 k_1 + \frac{D^2}{4} k_2 \right) u_3 - \left( i_1^2 c_1 + \frac{D^2}{4} c_2 \right) u_4 + \frac{D}{2} i_2 k_2 u_5 + \frac{D}{2} i_2 c_2 u_6 \right], \\ \dot{u}_5 = u_6 \\ \dot{u}_6 = \ddot{q}_3 = \frac{1}{J_3} \left[ f_3 + \frac{D}{2} i_2 k_2 u_3 + \frac{D}{2} i_2 c_2 u_4 - i_1^2 k_2 u_5 - i_1^2 c_2 u_6 \right]. \end{array} \right. \quad (11)$$

Sistemul (11) se scrie sub următoarea formă matricială:

$$\dot{u}(t) = Au(t) + b(t), \quad 0 \leq t_0 < t, \quad (12)$$

unde,  $u(t) \in M(6,1)$  este matricea necunoscutelor,  $b(t) \in M(6,1)$  este matricea termenilor liberi, iar

$A = (a_{ij})_{i,j=\overline{1,6}} \in M(6,1)$  este matricea sistemului având respectiv expresiile:

$$u(t) = \begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \\ u_4(t) \\ u_5(t) \\ u_6(t) \end{pmatrix}; b(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ b_2(t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_1}{m_1} & -\frac{c_1}{m_1} & \frac{k_1}{m_1} & \frac{c_1}{J_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_1}{m_2} & \frac{c_1}{m_2} & -\frac{k_1+k_2}{m_2} & -\frac{c_1+c_2}{m_2} & \frac{k_2}{m_2} & \frac{c_2}{m_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_2}{J_3} & \frac{c_2}{J_3} & -\frac{k_2}{J_3} & -\frac{c_2}{J_3} \end{bmatrix} \quad (13)$$

unde  $b_2(t) = f_1(t)/J_1$  și  $b_1(t) = b_3(t) = b_4(t) = b_5(t) = b_6(t) = 0$ .

Pentru sistemul diferențial (9) impunem condițiile inițiale

$$u_1(t_0) = a_1, u_2(t_0) = a_2, u_3(t_0) = a_3, u_4(t_0) = a_4, u_5(t_0) = a_5, u_6(t_0) = a_6, \quad (14)$$

sau, folosind transpusa matricei  $u(t)$ , putem scrie condițiile inițiale sub forma:

$$u(t_0) = (a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4 \ a_5 \ a_6)^T \in M(6,1) \quad (15)$$

Vom obține o soluție numerică a sistemului diferențial (12) cu condițiile inițiale (15), folosind metoda Runge-Kutta.

## 2.2 STUDIU DE CAZ – MOTOR TERMIC

În situații speciale acționarea se poate face cu un motor termic. În acest caz, modelul fizic este prezentat în figura 2.

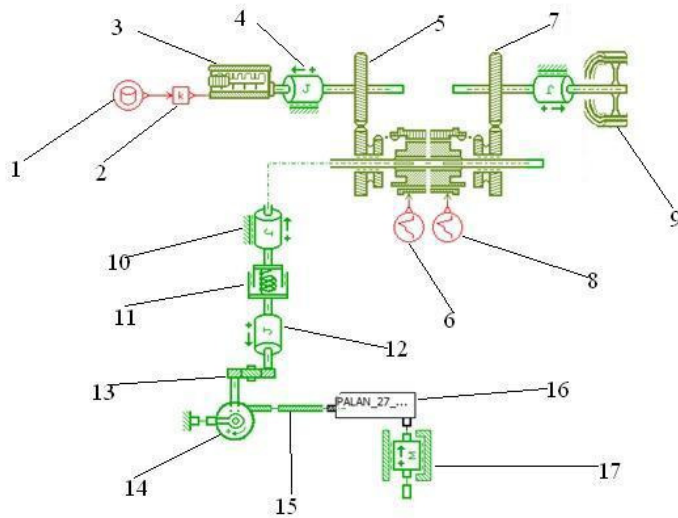


Fig. 2 – Model fizic - motor termic

unde: 1 – generator de funcție cu respectarea caracteristicii externe a motorului termic; 2 – amplificator; 3 – motor termic; 4 – volant; 5 – lant cinematic cuplare motor; 6 – comandă cuplare lant cinematic motor; 7 – lant cinematic frânare motor; 8 – comandă frânare lant cinematic motor; 9 – frână; 10 – volant (moment de inerție motor); 11 – cuplaj elastic cu amortizare constant elastică; 12 – volant (moment de inerție a reductorului); 13 – reductor; 14 – tambur; 15 – cablu; 16 – palan; 17 – sarcină

Caracteristica externă a unui motor termic este prezentată în figura 3:

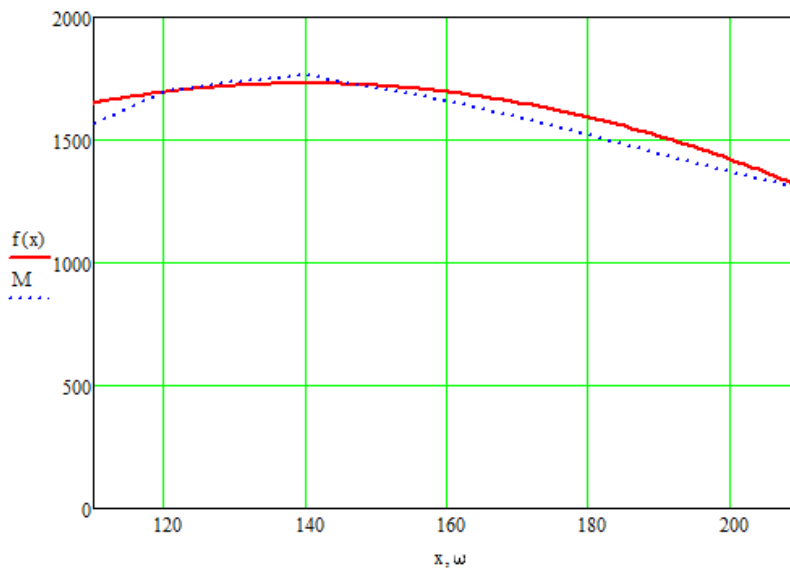


Fig. 3 – Caracteristica externă a motorului termic

În acest caz, mărimea de intrare este sarcina motorului care variază conform diagramei din figura 3.

Conform acestei variații rezultă pentru mărimile de ieșire următoarele diagrame de variație a spațiului, vitezei și accelerației sarcinii (parametric generalizați):

Întregul ciclu de desfășurare a experimentului durează 60 sec.

- diagrama de deplasare a sarcinii (spațiul) este prezentată în figura 4:

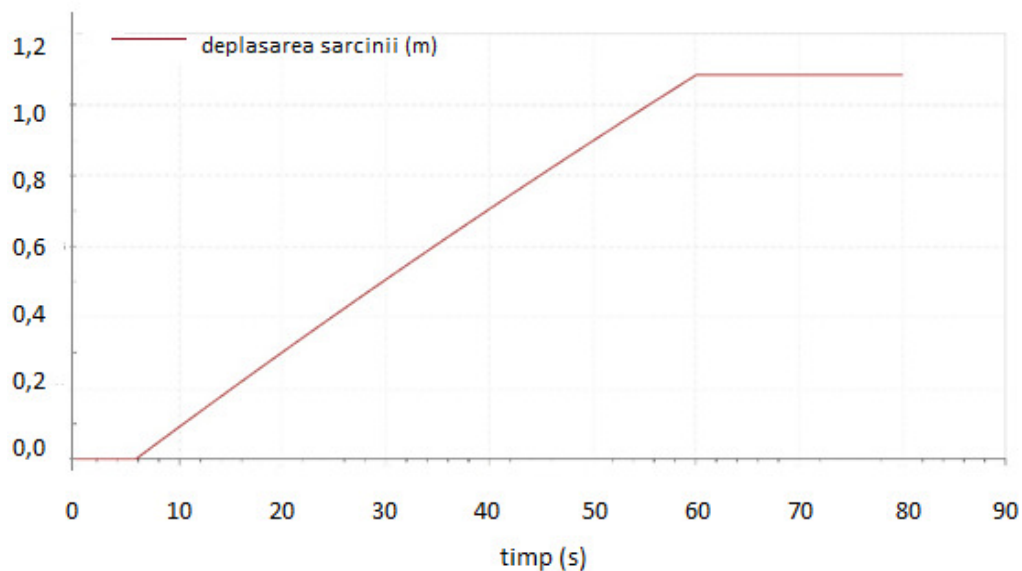


Fig. 4 –Diagrama de deplasare a sarcinii

- diagrama vitezei sarcinii este prezentată în figura 5:

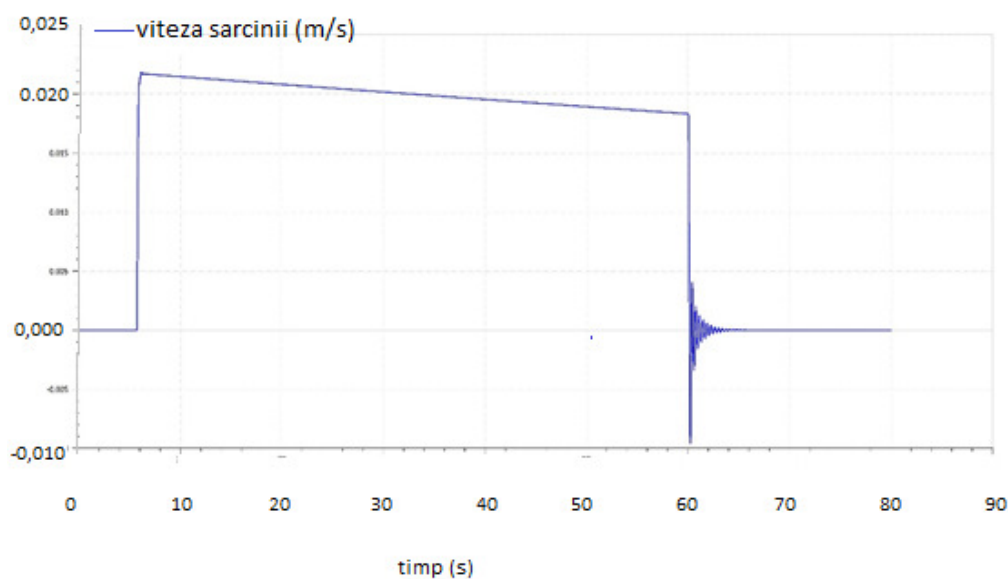


Fig. 5 – Diagrama vitezei sarcinii

- diagrama variației accelerației sarcinii este prezentată în figura 6:

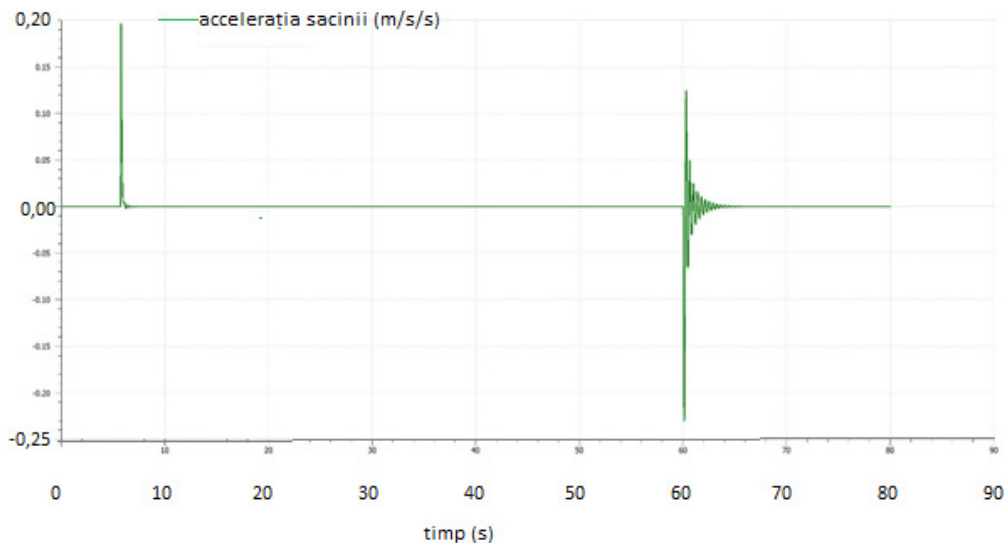


Fig. 6 – Diagrama variației accelerației sarcinii

În această situație, accelerația variază în funcție de caracteristica externă a motorului termic în raport cu varianta ideală.

### 3. CONCLUZII

În urma studierii diagramelor se observă că se disting două etape în procesul de ridicare a sarcinii, și anume: etapa corespunzătoare tensionării palanului de ridicare și a cablului (sarcina rămânând pe suprafața de așezare) sistemul comportându-se ca un sistem dinamic cu o singură masă și un grad de libertate. În a doua etapă, după desprinderea sarcinii, structura metalică a macaralei deformându-se elastic împreună cu masa sarcinii suspendată formează un sistem dinamic cu două mase care efectuează oscilații elastice atât la pornire cât și după așezarea sarcinii, conform figurii 6, amortizarea oscilațiilor sistemului producându-se în aproximativ 3-4 secunde.

#### 4. BIBLIOGRAFIE

1. **L. Bereteu** – *Dinamica mașinilor și utilajelor*, Timișoara, 2009
2. **M. Alămoreanu** – *Introducere în dinamica mașinilor de ridicat*, Editura Conspress, 1999;
3. **A. Darabonț, I. Iorga, D. Voiteanu, H. Simashevici** – *Șocuri și vibrații. Aplicații în tehnică*, Editura Tehnică, 1988;
4. **V. Vâlcovici, Șt. Bălan, R. Voinea** – *Mecanică teoretică*, Editura Tehnică, București, 1963