

## COMPORTAREA MODELULUI REMORCII ARTICULATE, CU POD DE ÎNCĂRCARE REZEMAT PE MODULE, LA FUNCȚIONAREA ÎN REGIM TRANZITORIU A CAMIONULUI TRACTOR

### THE BEHAVIOUR OF THE ARTICULATED TRAILER MODEL, WITH A TRANSPORT PLATFORM SUPPORTED BY MODULES, DURING THE TRANSITORY REGIME OF THE TRACTOR HEAD.

Prof.asociat dr ing. Laurențiu SÂRBU

email: laurentiusarbu\_utcb@yahoo.com  
Universitatea Tehnică de Construcții București, Romania  
Departamentul Mașini de construcții și Mecatronică

**Rezumat.** În articol se urmărește o analiză a legăturii analitice între caracteristicile modelului de calcul al structurii remorcii de tip articulată cu pod de transport rezemat pe module și calitățile dinamice și de tracțiune ale agregatului motor-transmisie al autotractorului. Se studiază legătura dintre rotirea grinzii centrale în plan longitudinal cu sistemul ei de rezemare și rotirea componentelor construcției modulelor supuse la încovoiere.

Se analizează pentru un exemplu dat, legea de variație a turației motorului (și a vitezelor) la cuplarea treptelor în cutia de viteze, pe caracteristica de turație a motorului, în intervalul de cuplare al treptei de viteze, pentru care este limitat timpul de oscilație la modelele de calcul propuse.

**Cuvinte cheie:** model dinamic remorcă articulată; solicitare structură convoi; model dinamic remorci; calcul model autotractor-remorcă articulată.

**Abstract.** The article conducts the examination of the analytical link between the features of the calculation model for the structure of the articulated trailer with a transport platform supported by modules and the dynamic and traction qualities of the tractor head's engine-transmission assembly. The link is being studied between the rotation of the main beam and its support system in a longitudinal plane and the rotation of the module components which are subject to bending stresses.

The given example is being analyzed for the law by which the engine speed (and the gears) are varying when engaging in the gearbox, on the engine's speed characteristic, for the gearbox coupling interval, for which the oscillation time of the proposed calculation models is being limited.

**Keywords:** articulated trailer dynamic model; road convoy structure stresses; heavy trailer dynamic model; calculation model tractor head - articulated trailer.

## 1. SOLUȚII CONSTRUCTIVE PENTRU REMORCI DE TRANSPORT RUTIER GREU[2,6].

În fig. 1 este prezentată o remorcă Cometto, 1MS-MSPM, din seria trailere modulate cu suspensie hidraulică, care execută un transport rutier greu[6]. Din fig.1 se remarcă faptul că autocamionul folosit la tractarea remorcii este de construcție specială. În continuare, se urmărește o analiză a legăturii între modelul dinamic de calcul al structurii elastice a remorcii

de tip articulată, cu pod de transport rezemat pe module și calitățile dinamice și de tracțiune ale agregatului motor-transmisie al autotractorului la un convoi de transport rutier (v. fig.1).



Fig.1[6].

NOTĂ[6]: Seria IMS Cometto reprezintă vehicule modulate eficiente și flexibile, cu capacitate de încărcare de la 60 la 1000 t, capabile să îndeplinească orice proiect de transport pe drumuri rutiere. Modulul de bază standard, poate fi cuplat cap la cap sau bord lângă bord (modulele se pot cupla în serie sau paralel), cu traverse de capăt adecvate și gât de lebădă corespunzător. Platforma astfel obținută este adaptată pentru orice sarcină de transport (din punct de vedere dimensiuni și greutate).

## 2. MODELUL DINAMIC AL STRUCTURII ELASTICE A REMORCII ARTICULATE CU POD DE TRANSPORT REZEMAT PE MODULE

Schema modelului dinamic al structurii elastice pentru o remorcă de transport rutier greu de tip articulată, prevăzută cu pod de încărcare rezemat pe module este prezentată în figura 2,a.

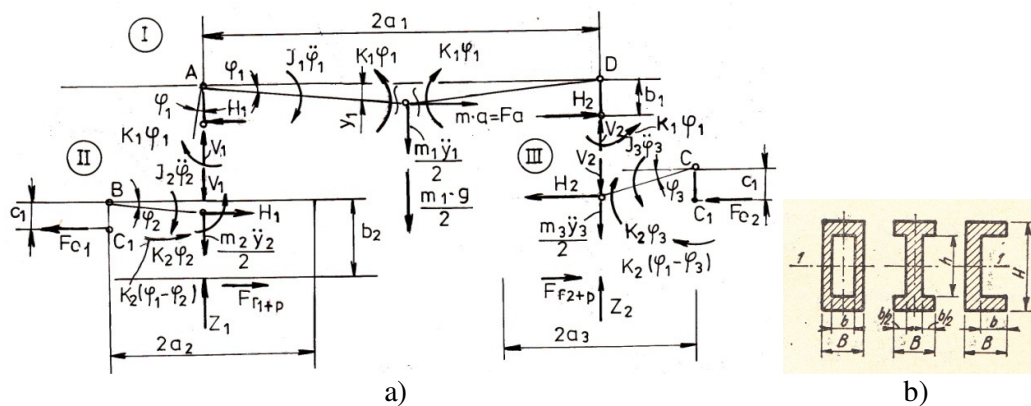


Fig.2, a și b

Pentru această model, s-a scris sistemul de ecuații diferențiale, care reprezintă comportarea elastică a structurii unei remorci articulate cu pod de încărcare, rezemat pe module, tractată de un autotractor de tipul (6x4) cu transmisie mecanică. Sistemul de ecuații diferențiale (1-4), este alcătuit din mai multe mase legate supuse la: forțe și momente de inerție, forțe care apar în legături sau reacțiuni, momente de rigiditate cilindrică la încovoier,

care acționează conform schemei din fig. 2,a, pe componentele structurii supuse la deformații sub forma de deplasări și rotiri elastice în plan longitudinal.

**Modelul 1.** Se consideră că, momentele de rigiditate cilindrică la încovoiere  $K_1$  și  $K_2$  asigură legătura între rotirea  $\varphi_1$  a grinzilor podului de transport, și respectiv a montanților de sprijin de la capetele grinzilor, pe coroanele de rotire fixate la module. Montanții sunt prevăzuți cu cilindrii hidraulici de reglare a înălțimii grinzilor, cu rotirile  $\varphi_1$ , cu  $\varphi_2$  și  $\varphi_3$  fiind rotirile rezultate la încovoierea structurii modulelor de reazem. Se neglijează neliniaritatea dată de forța de inerție a remorcii înmulțită cu deformarea elastică a grinzilor principale. Forța de tracțiune la carligul de remorcare este  $F_{c1} = G_r \left( \psi + \frac{\delta}{g} \frac{dV}{dt} \right)$ . Sistemul de ecuații rezultat este de forma:

$$\frac{2}{3} m_1 \ddot{\varphi}_1 a_1^2 + \frac{m_1 g}{2} a_1 - H_1 b_1 - K_1 \varphi_1 + K_2 (\varphi_1 - \varphi_2) = 0; \quad (1)$$

$$\frac{2}{3} m_2 \ddot{\varphi}_2 a_2^2 + \frac{V_1 a_2}{2} - H_1 \varphi_2 a_2 + \frac{m_2 g}{2} a_2 + F_{c1} \cdot c_1 - Z_1 \cdot d - K_2 (\varphi_1 - \varphi_2) + 0; \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} m_3 \ddot{\varphi}_3 a_3^2 + \frac{V_1 a_3}{2} - H_2 \varphi_3 a_3 + \frac{m_3 g}{2} a_3 - Z_2 \cdot e - K_2 (\varphi_1 - \varphi_2) + 0; \quad (3)$$

$$H_1 = H_2 \text{ și } V_1 = V_2 . \quad (4)$$

NOTĂ: Pentru grinzile podului simplu rezemate încărcate cu o forță concentrată  $G_1$  [5]: săgeata la mijloc este:  $y_1 = \frac{G_1 (2a_1)^3}{48EI}$ ; pentru  $y_1 = 2cm$ ,  $\Rightarrow$  momentul de inerție al scțiunii grinzilor (fig.2,a) este:  $I = \frac{G_1 (2a_1)^3}{48E y_1}$ . Momentul de inerție și modulul de rezistență al chesonului (fig.2,b) se calculează cu relațiile:  $I_1 = \frac{BH^3 - bh^3}{12}$ ;  $W_1 = \frac{BH^3 - bh^3}{6H}$ . Pentru schema din fig.2,a, momentul maxim de încovoiere  $M_{max} = \frac{G_1 a_1}{2} = \frac{3y_1 EI}{a_1^2}$ . Dimensiunile celor două grinzi cheson ale podului (fig.2,b) sunt:  $H = 55 \text{ cm}$ ;  $h = 50 \text{ cm}$ ;  $B = 25 \text{ cm}$ ;  $b = 20 \text{ cm}$ ;  $\Rightarrow \sigma_{max} = \frac{M_{max}}{2W_1} = \frac{3y_1 EI}{2 \cdot a_1^2 W_1}$ .

Rezolvând împreună sistemul de ecuații (1-4) rezultă ecuația diferențială a rotirii structurii redusă la modulul din față al remorcii de forma:

$$\frac{2}{3} m_2 a_2 (a_2 + a_2) \varphi_2^{IV} + \left[ -H_1 \left( a_2 + \frac{m_2 a_2}{m_3} \right) + K_2 \left( 1 - \frac{m_2 a_2}{m_3 a_3} \right) \right] \ddot{\varphi}_2 + \delta m_r \frac{d^3 V}{dt^3} \cdot c_1 - \frac{(m_2 - m_3) g}{m_2 a_3} - \frac{2(Z_1 - Z_2)}{m_3 a_3} = 0. \quad (5)$$

$$\text{Se aleg soluții de forma } \varphi_2 = e^{\bar{K}t} \text{ și } v = e^{\bar{\theta}t} \quad (6)$$

Introducând soluțiile (6) împreună cu derivatele lor în ecuația diferențială (5) rezultă ecuația caracteristică pentru  $t = 0$ , de forma:

$$\frac{2}{3} m_2 a_2 (a_2 + a_2) \bar{K}^4 + \left[ -H_1 \left( a_2 + \frac{m_2 a_2}{m_3} \right) + K_2 \left( 1 - \frac{m_2 a_2}{m_3 a_3} \right) \right] \bar{K}^2 + \delta m_r \bar{\theta}^3 \cdot c_1 - \frac{(m_2 - m_3) g}{m_2 a_3} - \frac{2(Z_1 - Z_2)}{m_3 a_3} = 0. \quad (8)$$

Cu soluțiile:

$$\bar{K}_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{H_1 \left( a_2 + \frac{m_2 a_2}{m_3} \right) - K_2 \left( 1 - \frac{m_2 a_2}{m_3 a_3} \right)}{\frac{2}{3} m_2 a_2 (a_2 + a_2)}}; \quad \bar{K}_{3,4} = 0; \quad (7)$$

$$\bar{\theta} = \frac{1}{\delta \cdot m_a} \left[ 14,14 \cdot p \cdot \frac{i_t^2}{r_R^2} \eta_t (V_c - 1) - \frac{2KA}{13} \right], \quad \frac{2KA}{13} = 0.$$

Soluția rotirii  $\varphi_2(t)$  este de forma:

$$\varphi_2(t) = A \cos \bar{K}_1 t + B \sin(-\bar{K}_2)t + C \bar{\theta}^3 e^{\theta t} + E_1, \quad (9)$$

Cu condițiile inițiale la  $t=0$ :  $\varphi_2(0) = D + E$ ;  $\dot{\varphi}_2(0) = 0$ ;  $\ddot{\varphi}_2(0) = F$ .

$$\begin{cases} E_1 + A + C \bar{\theta}^3 = 0; \\ -B \bar{K}_2 + C \bar{\theta}^4 = 0; \\ -A \bar{K}_1^2 - B \bar{K}_2^2 + C \bar{\theta}^5 = F. \end{cases} \quad (10)$$

Se cunosc  $H_1 = G_r \left( \psi + \frac{\delta}{g} \frac{dV}{dt} \right)$ ;  $V_1 = V_2$ ;  $Z_1$  și  $Z_2$ ;

Expresia  $\bar{\theta} = \frac{1}{\delta \cdot m_a} \left[ 14,14 \cdot p \cdot \frac{i_z^2}{r_R^2} \eta_t (V_c - 1) \right]$ , rezultă din determinarea analitică a performanțelor autoractorului de tip (6x4) cu transmisie mecanică, care este luată în calculul coeficientului  $e^{\frac{\theta t}{\tau}}$ .

Din calcule rezultă expresiile coeficienților ecuației caracteristice de forma:

$$A = \frac{F - E_1(\bar{K}_2 - \bar{\theta}^2)}{\bar{K}_1^2 - \bar{K}_2 + \bar{\theta}^2}; \quad B = \frac{C \bar{\theta}^4}{\bar{K}_2}; \quad C = \frac{F - E_1 \bar{K}_1^2}{\bar{\theta}^3(\bar{K}_1^2 - \bar{K}_2 + \bar{\theta}^2)}; \quad E + D = E_1;$$

$$\text{unde: } D = \frac{\frac{(m_2 - m_3)g}{2} + \frac{2(Z_1 - Z_2)}{m_3 a_3}}{\frac{2}{3} m_2 a_2 (a_2 + a_2)}; \quad F = \frac{2Z_1}{m_2 a_2} - \frac{2V_1}{m_2 a_2} - \frac{g}{a_2};$$

$$E = \frac{1}{\frac{K_1 + K_2}{K_2} H_2 a_2} \left[ \frac{Z_1 a_1}{3} - \frac{V_1}{3} (4a_1 + a_2) + \frac{g(m_1 a_1 - m_2 a_2)}{6} + G_r \cdot f \cdot c_1 \right] \quad (11)$$

Ținând seama de valorile caracteristicilor indicate în aplicația de mai jos, pentru construcția remorcii articulate și respectiv, de caracteristicile date pentru autotractor (v.fig.6), rezultă legea de rotire  $\varphi_2(t)$  a structurii de forma:

$$\varphi_2(t) = -2,668 \cos 0,935 t - 0,00488 \sin(-0,935)t + 1,579 e^{0,002887t} - 18,394. \quad (12)$$

Graficul rotirii  $\varphi_2(t)$  a structurii elastice a sistemului, trasat conform relației (12) este prezentat în fig.3,a.

**Modelul 2.** Din rezolvarea sistemului de ecuații diferențiale (1-3), numai în funcție de  $\varphi_1$  și  $\varphi_2$  se poate obține un model de calcul în care sunt luate preponderent în considerare rotațiile structurii podului de transport și ale modulelor de sprijin în plan longitudinal, de forma:

$$\frac{2}{3} m_2 a_2 a_3 \varphi_2^{IV} + \left[ -H_1 \left( a_2 + \frac{m_2 a_2}{m_3} \right) + K_2 \left( 1 - \frac{m_2 a_2}{m_3 a_3} \right) \right] \ddot{\varphi}_2 - \frac{2}{3} m_1 a_1^2 \varphi_1^{IV} + K_1 \ddot{\varphi}_1 - \frac{(m_2 - m_3)g}{m_2 a_3} - \frac{2(Z_1 - Z_2)}{m_3 a_3} = 0. \quad (13)$$

Rigiditățile cilindrice la încovoiere, ale sistemului sunt de forma:

$$K_1 = K_2 = \frac{H_1 \left( a_2 + \frac{m_2 a_2}{m_3} \right)}{1 - \frac{m_2 a_2}{m_3 a_3}}.$$

Graficul rotațiilor  $\varphi_2(t)$  pentru construcția elastică a remorcii, care a rezultat din rezolvarea ecuației (13) ia în considerare numai oscilația fundamentală a structurii (curba

dată în fig.3, b).

**Modelul 3.** Dacă în ecuația (13) se introduce  $\ddot{\varphi}_1(t) = \frac{K_1}{K_1+K_2}\ddot{\varphi}_2 = \frac{K_1}{K_1+K_2} \cdot \frac{G_r}{g} \delta \frac{d^3V}{dt^3} (c_1 + b_1)$ , va rezulta o nouă ecuație a legii de rotire a structurii, care va ține seama și de derivatele vitezei de forma:

$$\frac{2}{3}m_2a_2a_3\varphi_2^{IV} + \left[-H_1\left(a_2 + \frac{m_2a_2}{m_3}\right) + K_2\left(1 - \frac{m_2a_2}{m_3a_3}\right)\right]\ddot{\varphi}_2 - \frac{2}{3}m_1a_1^2\varphi_1^{IV} + \frac{K_1^2}{K_1+K_2} \cdot \frac{G_r}{g} \delta \frac{d^3V}{dt^3} (c_1 + b_1) - \frac{(m_2-m_3)g}{m_2a_3} - \frac{2(Z_1-Z_2)}{m_3a_3} = 0. \quad (14)$$

aici, pentru soluția derivatei superioare a vitezei  $\frac{d^3V}{dt^3}$ , sunt luate în calcul performanțele în regim dinamic de lucru pentru agregatul motor – transmisie al autotractorului (determinate la punctul 3), de forma:

$$\frac{d^3V}{dt^3} = \frac{1}{\delta \cdot m_a} \left[ 14,14 \cdot p \cdot \frac{i_t^2}{r_R^2} \eta_t (V_c - 1) - \frac{2KA}{13} \right] \frac{d^2V}{dt^2}, \text{ unde, se ia o soluție de forma}$$

$$\theta = \frac{1}{\delta \cdot m_a} \left[ 14,14 \cdot p \cdot \frac{i_t^2}{r_R^2} \eta_t (V_c - 1) - \frac{2KA}{13} \right], \text{ folosită la calculul soluției legii de rotire } \varphi_2(t).$$

Rezultă legea generală a rotirii  $\varphi_2(t)$  a structurii construcției la modulul din față, stabilită în funcție și de frecvențele înalte ale rotirilor  $\varphi_1(t)$  ale structurii podului sub sarcină, și derivatelor superioare ale vitezei, de forma:

$$\varphi_2(t) = A \cos \alpha_1 + B \sin \alpha_2 + C \cos \beta_1 + \left(N \frac{\theta^2}{r^2} + G \frac{\theta}{r}\right) e^{\frac{\theta t}{r}} + M. \quad (15)$$

Pentru comportarea structurii elastice a remorcii în agregat cu autotractorul, în exemplul dat mai jos, interesează soluția accelerației  $\ddot{\varphi}_2(t)$  a construcției, la cuplarea treptelor în cutia de viteze, la funcționarea motorului pe caracteristica de turație, exprimată analitic. Rezultă:

$$\ddot{\varphi}_2(t) = -A\alpha_1^2 \cos \alpha_1 t - B\alpha_2^2 \sin \alpha_2 t - C\beta_1^2 \cos \beta_1 t + \left(\frac{N\theta^4}{r^4} + \frac{G\theta^3}{r^3}\right) e^{\frac{\theta t}{r}} - F, \quad (16)$$

unde rădăcinile ecuației caracteristice sunt de forma:

$$\alpha_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{H_1\left(a_2 + \frac{m_2a_2}{m_3}\right) - K_2\left(1 - \frac{m_2a_2}{m_3a_3}\right)}{\frac{2}{3}m_2a_2a_3}}, \quad \beta_1^2 = \sqrt{\frac{(m_2-m_3)g}{m_2a_3} - \frac{2(Z_1-Z_2)}{m_3a_3}}; \quad (17)$$

$$\theta = \frac{1}{\delta \cdot m_a} \left[ 14,14 \cdot p \cdot \frac{i_t^2}{r_R^2} \eta_t (V_c - 1) - \frac{2KA}{13} \right]; \text{ unde } p = \frac{M_{max} - M_m}{(n - n_1)^2}; V_c = 0,377 \frac{r_R}{i_t} \cdot n_m; \frac{2KA}{13} = 0.$$

Sistemul de ecuații al constantelor de integrare este de forma:

$$\begin{pmatrix} A + C + \frac{\theta}{r} \left(N \frac{\theta}{r} + G\right) + M; \\ B\alpha_2 = -\frac{\theta^2}{r^2} \left(N \frac{\theta}{r} + G\right); \\ F = -A\alpha_1^2 - C\beta_1^2 + \frac{\theta^3}{r^2} \left(N \frac{\theta}{r} + G\right), \end{pmatrix} \quad (18)$$

în care:

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{(N\frac{\theta}{r} + G) \left[ \frac{\theta^3}{r^2} (\alpha_1^2 - 2\beta_1^4) - \frac{\theta}{r} \alpha_1^2 \beta_1^4 \right] - F \alpha_1^2 - M \alpha_1^2 \beta_1^4}{\alpha_1^2 (\alpha_1^2 - \beta_1^4)}; & B &= -\frac{\theta^2}{r^2} \frac{1}{\alpha_2} \left( N \frac{\theta}{r} + G \right); \\
 C &= \frac{-(N\frac{\theta}{r} + G) \left( \frac{\theta^3}{r^2} - \frac{\theta}{r} \alpha_1^2 \right) + F - M \alpha_1^2}{\alpha_1^2 - \beta_1^4}; & F &= \frac{2(Z_1 - V_1)}{m_2 a_2} - \frac{g}{a_2}; & G &= 0; & N &= \frac{K_1(c_1 + b_1)}{2}; \\
 M &= \frac{1}{\frac{K_1 + K_2}{K_2} H_2 a_2} \left[ \frac{Z_1 a_1}{3} - \frac{V_1}{3} (4a_1 + a_2) + \frac{g(m_1 a_1 - m_2 a_2)}{6} + G_r \cdot f \cdot c_1 \right];
 \end{aligned} \tag{19}$$

Legea accelerației  $\ddot{\varphi}_2(t)$  corespunzătoare rotirii masei  $m_2$  a modului MT4, sub acțiunea podului de transport cu sarcină, în plan longitudinal pentru exemplul dat, rezultă de forma:

$$\begin{aligned}
 \ddot{\varphi}_2(t) &= 3.336 \cos 0,0512t + 0,00023 \sin 0,0512 t - 0,00524 \cos 0,002 t \\
 &\quad + 0,044e^{0,00288t} - 3,329
 \end{aligned} \tag{20}$$

Valorile accelerației  $\ddot{\varphi}_2(t)$  pe durata perioadei de demarare a autotrenului  $(t_d)_a = 50,17 s$ , la cuplarea în trapta a V-a a schimbatorului de viteze (v.fig.3,c), variază între 0,057 și 0,022  $\frac{rad}{s^2}$ .

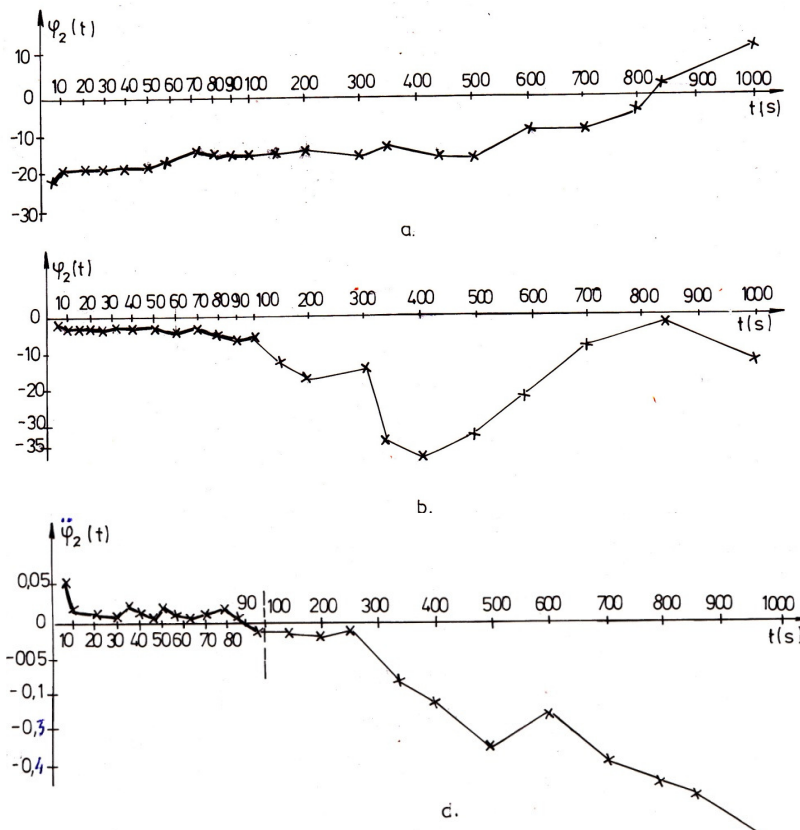


Fig.3,a,b și c

### 3. STABILIREA PERFORMANTELOR AUTOTRACTORULUI ȘI INFLUENȚA ACESTORA ASUPRA COMPORTĂRII STRUCTURII ELASTICE A REMORCII LA FUNCȚIONAREA ÎN REGIM TRANZITORIU [1,3,4]

Pentru a face legătura între performanțele autovehiculului tractor și comportarea dinamică a structurii elastice a remorcii de transport rutier greu, de tip articulat cu pod de încărcare, este necesară cunoașterea performanțelor autotractorului, cu ajutorul metodei analitice dată în lucrarea[4]. Se pleacă de la ecuația diferențială generală de mișcare a autovehiculelor de forma:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{1}{\delta m_a} (F_t - \sum R). \quad (21)$$

Se stabilește relația analitică pentru forța de tracțiune și pentru rezistența la înaintare în funcție de viteza de mers  $F_t = f_1(V)$  și  $\sum R = f_2(V)$ , unde:

$\sum R = G_a \cdot \psi + \frac{KAV^2}{13}$  - este suma rezistențelor la înaintare ale mașinii;

$F_t = M \frac{i_t \eta_t}{r_R}$  - forța de tracțiune în funcție de momentul motor și transmisie.

Cu relația de legătură exprimată analitic  $V = 0,377 \frac{r_R}{i_t} \cdot n$ , iar pe cale experimentală se determină momentul motor în funcție de turația  $M = f(n)$  pe bancul de probă.

Variația curbei momentului motor [4]. În literatura de specialitate *variația momentului motor* se reprezintă analitic prin dependența acestuia de forța de tracțiune și de viteză (fig.4).

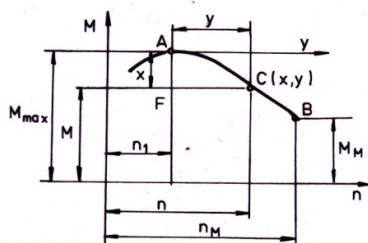


Fig.4[4]

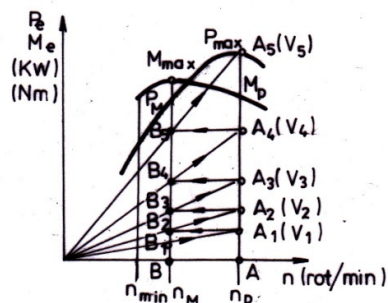


Fig.5[1,2]

Curba momentului motor (v.fig.4) se înlocuiește cu o parabolă, care trece prin punctul A, de moment maxim, de ecuație  $y^2 = 2 \cdot K \cdot x$ , unde  $\frac{K}{2}$  este distanța focală  $\overline{AF}$ .

Coordonatele unui punct oarecare C vor fi:  $x = M_{max} - M$  și  $y = n - n_1$ . Astfel relația parabolei devine  $(n - n_1)^2 = 2K (M_{max} - M)$ , de unde:

$$M = M_{max} - p(n - n_1)^2, \quad (22)$$

care este ecuația parabolei căutate ce trece prin punctul A.

Punctul p se determină scriind ecuația parabolei ce trece și prin punctul B

$$M_m = M_{max} - p(n - n_1)^2, \text{ de unde } p = \frac{M_{max} - M_m}{(n - n_1)^2}. \quad (23)$$

Ecuația parabolei în funcție de turația motorului va fi

$$M = (M_{max} - pn_1) + 2pn_1n - pn^2 \quad (24)$$

sau în funcție de viteza de mers a autovehiculului

$$M = \left( M_{max} - 2,65^2 \cdot p \cdot \frac{i_t^2}{r_R^2} \cdot V_c^2 \right) + 2 \cdot p \cdot 2,65^2 \frac{i_t^2}{r_R^2} V_c \cdot V - 2,65^2 p \cdot \frac{i_t^2}{r_R^2} V^2 \quad (25)$$

unde  $n = 2,65 \frac{i_t}{r_R} \cdot V$ , iar viteza corespunzătoare turației momentului maxim  $n_1$  este viteza critică  $V_c$ . Dar  $F_t = M \frac{i_t}{r_R} \eta_t$ , deci  $F_t = f(V)$  devine:

$$F_t = \left( M_{max} - 7,07 \cdot p \cdot \frac{i_t^2}{r_R^2} \cdot V_c^2 \right) + 14,14 \cdot p \cdot \frac{i_t^2}{r_R^2} V_c \cdot V - 7,07 p \cdot \frac{i_t^2}{r_R^2} V^2, \quad (26)$$

Rezultă  $F_t$  de forma  $F_t = a + b \cdot V + c \cdot V^2$ .

Determinarea analitică a performanțelor cu ajutorul relației (21) va fi

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{\delta m_a} \left[ (a - \psi G_a) + b \cdot V + \left( c - \frac{KA}{13} \right) V^2 \right]. \quad (27)$$

Dacă în (27) se notează  $a - \psi G_a = Q$ ,  $b = S$ ,  $c - \frac{KA}{13} = T$ , se obține:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{\delta m_a} [Q + S \cdot V + T \cdot V^2]. \quad (28)$$

Determinarea vitezei maxime  $V_{max}$  [4], la  $\frac{dV}{dt} = 0$ , se obține din relația:

$$Q + S \cdot V_{max} + T \cdot V_{max}^2 = 0, \quad (29)$$

de unde

$$V_{max} = \frac{-S \pm \sqrt{S^2 - 4QT}}{2T}. \quad (30)$$

Valoarea compatibilă reprezintă viteza maximă, în  $\frac{Km}{h}$ .

Determinarea rezistenței maxime a drumului [4]. La deplasarea autovehiculului pe o cale cu rezistența maximă  $\psi_{max}$  forța de tracțiune va fi echilibrată de forța de rezistență a căii, deci forța de tracțiune în exces fiind nulă. Relația (27) devine:

$$(a - \psi G_a) + b \cdot V + \left( c - \frac{KA}{13} \right) V^2 \frac{dV}{dt} = 0. \quad (31)$$

Derivând în raport cu viteza și anulând derivata, se obține [4]:

$$V_{\psi max} = \frac{b}{2 \left( \frac{KA}{13} - c \right)} \quad (32)$$

Înlocuind  $V_{\psi max}$  în relația (31) și rezolvând în raport cu  $\psi$ , rezultă:

$$\psi_{max} = \frac{1}{G_a} \left[ a + \frac{b^2}{4 \left( \frac{KA}{13} - c \right)} \right]. \quad (33)$$

Deoarece legea de rotire  $\varphi_2(t)$  a construcției structurii care reprezintă remorca



articulată cu pod de încărcare este funcție de forța de tracțiune la cârlig  $F_c = G_r \left( \psi + \frac{\delta}{g} \frac{dV}{dt} \right)$  și respectiv de derivatele superioare ale forței de inerție  $\frac{d^3V}{dt^3}$ , este necesar ca aceasta să fie determinată din ecuația diferențială de mișcare a autovehiculului (21) care ține seama de caracteristica de moment a motorului în funcție de turație și de transmisia mașinii, relația (27). Din calcul rezultă:

$$\frac{d^3V}{dt^3} = \frac{1}{\delta \cdot m_a} \left[ 14,14 \cdot p \cdot \frac{i_t^2}{r_R^2} \eta_t (V_c - 1) - \frac{2KA}{13} \right] \frac{d^2V}{dt^2}, \quad (34)$$

pentru care se ia o soluție de forma  $V = e^{\theta t}$ . Rezultă soluția ecuației caracteristice de forma:

$$\theta = \frac{1}{\delta \cdot m_a} \left[ 14,14 \cdot p \cdot \frac{i_t^2}{r_R^2} \eta_t (V_c - 1) - \frac{2KA}{13} \right] \quad (35)$$

Legea de rotire  $\varphi_2(t)$  conține în structura sa, o componentă care crește exponențial și ca atare, aceasta trebuie limitată după un anumit timp de lucru. Accelerația definită cu relația (27), arată că, durata de variație a turației motorului care se produce la schimbarea treptelor de viteze, în intervalul de turații  $n_M$  la  $n_P$ , pe caracteristica de turație a motorului exprimată grafo-analitic (v.fig.5), determină variația vitezei, care a fost luată în considerare în soluția generală a rotirii structurii remorcii. Calculul duratei timpului de demarare al autotractorului în agregat cu remorca, conform [4], se determină pornind de la relația (29), care are rădăcinile vitezei  $V_1$  și  $V_2$ :

$$V_1 = \frac{-S + \sqrt{S^2 - 4QT}}{2T}; \quad V_2 = \frac{-S - \sqrt{S^2 - 4QT}}{2T} \quad (36)$$

CARACTERISTICA DE TRACȚIUNE  
AUTOTRACTOR (6x4) MOMENTUL, REZISTENȚA  
LA RULARE ȘI FORȚA DE TRACȚIUNE

Inceperea de viteză	Viteza pe trepte		Forța în sarcină		Forța de tracțiune
	raportul de transmisie	maximă (km/h)	130t (%)	160t (%)	
1	4,6	3,2	19,7	15,1	26500
2	6,0	4,2	14,2	11,1	204600
3	6,6	4,6	12,7	9,9	185700
4	7,7	5,4	10,6	8,2	159500
5	8,5	6,0	9,3	7,1	143200
6	9,9	7,0	7,7	5,8	123000
7	11,0	7,7	6,8	5,1	111500
8	12,6	8,8	5,6	4,2	96900
9	14,2	9,9	4,8	3,5	86000
10	16,0	12,6	3,3	2,3	67800
11	23,3	16,3	2,1	1,3	52300
12	30,3	21,2	1,2	0,6	40200
13	38,7	27,1	0,5	-	31400
14	50,3	35,2	-	-	23900
15	63,9	44,7	-	-	18600
1M	4,6	3,2	19,7	15,1	265000
2M	6,6	4,6	12,7	9,9	185700
3M	23,3	16,3	2,1	1,3	52300

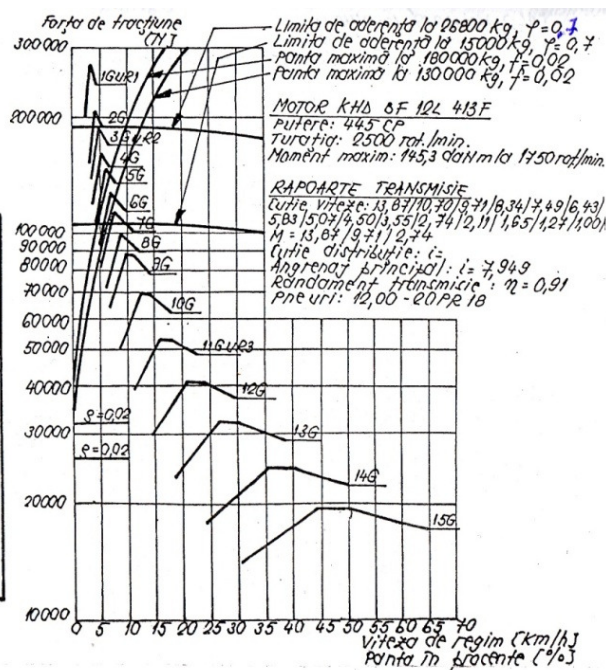


Fig.6[3]

Trinomul de gradul doi exprimat de relația (29) se mai poate scrie și sub forma:  
 $Q + SV + TV^2 = T(V - V_1)(V - V_2)$ , care dă posibilitatea să se scrie ecuația diferențială de  
 forma:  $\frac{dV}{dt} = \frac{T}{\delta m_a} (V - V_1)(V - V_2)$ . (37)

Integrând (37), se obține timpul de demarare, care în final, rezultă de forma[4]:

$$t_d = \int_{t_0}^{t_n} dt = \frac{\delta \cdot m_a}{3,6 T} \int_{V_0}^{V_n} \frac{dV}{(V - V_1)(V - V_2)} = \frac{\delta \cdot m_a}{3,6 T(V_1 - V_2)} \ln \frac{(V_1 - V_n)(V_2 - V_0)}{(V_1 - V_0)(V_2 - V_n)} \quad (38)$$

Dacă s-ar urmări determinarea tipului de demarare până la atingerea vitezei maxime teoretice, aceasta nu ar fi posibil deoarece  $t_d \rightarrow \infty$  când  $V_1 \rightarrow V_n$ , deoarece  $\lim_{V_1 \rightarrow V_n} \ln \frac{V_1 - V_n}{V_2 - V_n} \rightarrow \infty$ . Din această cauză, la determinarea analitică a timpului de demaraj, se recomandă determinarea sa până la 0,9  $V_{max}$  [4].

Caracteristica de tracțiune la autotractorul de tip (6x4) folosit pentru tractarea remorcii este dată în fig.6[3].

Caracteristica de tracțiune dată în fig.6, pentru autotractorul de tipul (6x4), conține: momentul, rezistența la rulare și forța de tracțiune necesară tractării unor remorci și semiremorci cu mase maxime de 160 t și respectiv de 130 t, după lucrarea [3].

#### 4. APLICAȚIE

**A. Datele Remorcii (fig.2,a).** Masele remorcii articulate pentru: modul față MT4,  $m_2 = 14$  t; modul spate MT6,  $m_3 = 20$  t; masa podului de transport,  $m_p = 16$  t; masa sarcinii,  $m_Q = 50$  t;  $G_1 = m_1 \cdot g = (m_p + m_Q)g$ ; masa totală a remorcii,  $m_r = 100$  t; dimensiuni:  $2a_1 = 16$  m;  $2a_2 = 7$  m;  $2a_3 = 10$  m;  $b_1$  – înălțime pod,  $b_1 = 3,5$  m;  $c_1$  – cotă pentru plasare proțap în raport cu platforma MT4,  $c_1 = 0,2$  m;  $K_1, K_2$  – rigidități cilindrice la încovoiere a construcției,  $K_1 = K_2 = 21360,54$  daNm;  $Z_1, Z_2$  – reacțiunile dinamice pe punți ale remorcii,  $Z_1 = 47245$  daN;  $Z_2 = 52755$  daN;

**B. Autotractor (fig.6):** Motor KHD BF 12L 413 F, puterea  $P = 445$  CP; turația maximă  $n = 2500$  rot/min; raportul total de transmitere (în treapta a-V-a),  $i_t = i_{CV} \cdot i_{AP} = 7,497,949$ ; forța de tracțiune (în treapta a-V-a)  $F_t = 143000$  N; randamentul transmisiei  $\eta_t = 0,91$ ; pneuri tip 12.000 20 PR12; coeficientul de aderență,  $\varphi = 0,7$ ; coeficientul de rezistență la rulare  $f = 0,02$ ; masă autotractor,  $m_a = 36200$  kg; viteze de transport în trapta a-V-a la: cuplu max.  $V_C = 6,5 \frac{km}{h}$ ; și la putere max.  $V_p = 8,5$  km/h; *Mărimi calculate:* Caracteristici motor: momentul la cuplul max.  $M_{max} = 145,3$  daNm; momentul nominal al motorului,  $M_m = 127,5$  daNm; turația la cuplul maxim  $n_M = 1750 \frac{rot}{min}$ ; turația la putere max.  $n_p = 2237$  rot/min;  $p = \frac{M_{max} - M_m}{(n - n_1)^2} = 0,0003164$ ; pătratul raportului de transmitere:  $i_t^2 = 3544,8$ ; coeficientul maselor aflate în mișcare de rotație motor-transmisie în treapta a-V-a,  $\delta = \sigma \cdot i_t = 0,0459,54 = 2,3816$ ; viteza max. a autotrenului calculată pentru  $f = 0,02$  și drum orizontal ( $\alpha = 0$ ),  $(V_{max})_a = 37,835$  km/h; rezistența totală a drumului  $(\psi_{max})_a = 0,3119$ ; viteza corespunzătoare rezistenței maxime  $V_{\psi_{max}} = 0,143$  km/h;  $\theta = 0,002887$ .

## 5.CONCLUZII ȘI COMENTARIIL.

**Modelul 1.** La calculul legii de rotire  $\varphi_2(t)$  dată în fig. 3,a s-au luat în considerare rotirile structurii modulelor MT4 și MT6 generate la încovoiere, forțele de legătură și momentele date de rigiditățile cilindrice la încovoiere, precum și influența forței de tracțiune la cârlig prin derivatele de ordin superior ale vitezei de transport, în funcție de timp, prin mărimea  $\theta$ .

**Modelul 2.** Aici, rotirea  $\varphi_2(t)$  dată în fig.3,b, s-a calculat în funcție de frecvențele superioare ale rotirilor construcției modulelor MT4 , MT6 și a podului de transport încărcat cu sarcina Q, supuse la încovoiere în plan longitudinal.

**Modelul 3.** Aici, accelerația rotirii  $\ddot{\varphi}_2(t)$ , dată în fig.3,c, este influențată de caracteristicile construcției remorcii, de frecvențele înalte ale rotirilor modulelor și a podului de transport cu sarcină, de forța de tracțiune la cârlig, prin derivatele vitezelor de ordin superior. Aici mărimea  $\theta$ , precum și alți parametri dați, înglobează caracteristicile de tracțiune și de performanță ale autotrenului în regim dinamic la comutarea treptelor în cutia de viteze. Este de remacat și influența forțelor de legătură în elementele de sprijin ale podului, pe cele două module, considerate ca elemente supuse la încovoiere în regim dinamic de lucru, prin momentele de rigiditate cilindrice la încovoiere  $K_1$  și  $K_2$ .

*Caracteristicile modelului analizat luate în calcul constau în:*

- deformațiile modelului, care iau în considerare deformarea grinzii centrale și deformarea la încovoiere a sistemului de rezemare, prevăzut cu cilindrii hidraulici ai purtătorilor de sarcină transversali, pe care reazemă lonjeroanele grinzilor principale pe module;
- legătura dintre rotirea grinzii centrale în plan longitudinal cu sistemul ei de rezemare și deformația prin rotire a componentelor construcției modulelor MT4 și MT6 prin legăturile  $K_1$  și  $K_2$ ;
- legea de variație a turației motorului (respectiv a vitezelor) la cuplarea treptelor în cutia de viteze, care variază între valoarea corespunzătoare cuplului maxim și puterii maxime pe caracteristica de turație a motorului, deci în intervalul de cuplare al treptei de viteze, pentru care este limitat timpul de analiză al oscilațiilor la modelele de calcul 1 și 3;
- pentru a limita în timp, acțiunea dinamică a rotirii construcției și a forței de inerție care acționează pe construcție în perioadele de demaraj, la cuplarea treptelor de transmitere din C.V., sau la funcționarea a autotrenului în regim de accelerare în timpul deplasării, s-au calculat vitezele corepunzătoare cuplului maxim  $V_c$  și s-au determinat analitic variațiile în timp ale turației, respectiv ale vitezei autotrenului analizate pe caracteristica de moment a motorului, precum și rezistența totală posibilă la drum  $\psi_{max}$  și vitezei corespunzătoare acesteia  $V_{\psi_{max}}$ .

**BIBLIOGRAFIE:**

- [1] **Untaru M., Stoicescu A., Poțincu Gh., Pereț Gh., Tabacu I.** - *Dinamica autovehiculelor pe roți cu pneuri*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1981.
- [2] **Sârbu L.** - *Mașini de tracțiune, sisteme de transport și echipamente grele pentru construcții*, Vol. I și II, Editura Economică, București, 2007 și 2008.
- [3] **Sârbu L.** - *Calitățile de tracțiune și caracteristica de consum la echipamentele de transport pentru construcții cu transmisie mecanică și hidromecanică*, Revista « Sinteze de mecanică teoretică și aplicată », Volumul 8 (2017), nr.1, Editura Matrix Rom, București, 2017
- [4] **Urdăreanu T., ș. a.** - *Propulsia și circulația autovehiculelor cu roți*, Editura științifică, București, 1987, pag. 371-375.
- [5] **Buzdugan Gh., ș.a.**- *Culegere de probleme din rezistența materialelor*, Editura Didactică și Pedagogică, București
- [6] **x x x** - *Cometto, IMS-MSPM, Modular Trailers on Hydraulic Suspensions, Industrie Cometto, S.p.*