

DERIVAREA ECUAȚIILOR DE MIȘCARE A BOGHIULUI

DERIVATION OF THE EQUATIONS OF MOTION OF A BOGIE

Alexandru BADEA¹, Lucian BLAGA², Pompiliu CONSTANTIN³,
Dragoș Marian BALINT⁴, Claudiu-Nicolae BADEA⁵, George DUMITRU⁶

¹Universitatea Politehnica București, Splaiul Independenței nr. 313, București, România
e-mail autor: Alexandru BADEA, alexsinaia@yahoo.com

^{2,4,5,6}Autoritatea Feroviară Română - Calea Griviței nr. 393, sectorul 1, București, România
e-mail autori: Lucian BLAGA, blaga@afer.ro, Dragoș Marian BALINT,
balint_dragos@yahoo.com, Claudiu-Nicolae BADEA, badeaclaudiun@gmail.com,
George DUMITRU, george.dumitru.cfr@gmail.com

³Universitatea Politehnica București, Splaiul Independenței nr. 313, București, România
e-mail autori: Pompiliu CONSTANTIN, pompiliu57@yahoo.com

Rezumat: În această lucrare, estimarea parametrilor se aplică mișcărilor laterale aleatoare ale vehiculelor feroviare. Se prezintă un model matematic care descrie aceste mișcări, cu parametri independenți pentru toți termenii care pot fi legați de forțele roată-șină. Aceasta include coeficienții de alunecare relativă, conicitatea echivalentă și parametrul de rigiditate gravitațională, pentru care pot fi obținute valori teoretice. Cu toate acestea, valabilitatea acestor valori în cazul suprafețelor uzate ale roților și ale șinei necesită investigație experimentală. Acest lucru se poate face simulând mișcările laterale cu un model hibrid pe calculator, utilizând poziția de cale ferată măsurată ca intrare. Ajustarea modelului, printr-o variație a coeficienților de alunecare relativă și a altor parametri incerți, determină valorile parametrilor pentru care se ajunge la o corespondență optimă între ieșirea modelului și răspunsul vehiculului măsurat. Cele mai multe dintre estimările parametrilor rezultate sunt de acord în mod rezonabil cu valorile lor teoretice. Aceasta validează teoria și structura modelului matematic.

Cuvinte cheie: alunecare relativă, conicitatea echivalentă, rigiditate gravitațională.

Abstract: In this paper, the estimation of parameters applies to the random lateral movements of railway vehicles. There is a mathematical model describing these movements with independent parameters for all terms that can be linked to the wheel-rail forces. This includes the relative slip coefficients, the equivalent conicity and the gravity rigidity parameter, for which theoretical values can be obtained. However, the validity of these values in the case of worn surfaces of the wheels and rail requires experimental investigation. This can be done by simulating side strokes with a hybrid model on the computer, using the track position measured as input. Model adjustment, through a variation of relative slip coefficients and other uncertain parameters, determines the values of the parameters for which an optimal correspondence between the model output and the response of the measured vehicle. Most of the resulting parameter estimates agree with their theoretical values. This validates the theory and structure of the mathematical model.

Keywords: creep, the equivalent conicity, the gravitational stiffness.

1. INTRODUCERE

Comportamentul dinamic al unui vehicul feroviar pe o cale dreaptă este dominat de mișcarea de șerpuire în direcție laterală [1]. Această oscilație reprezintă o limitare majoră pentru funcționarea satisfăcătoare a vehiculelor feroviare. Mișcarea de șerpuire, translația cuplată și rotația înclinată a osiilor montate și a cadrului boghiului, care se datorează în mare măsură acțiunii combinate a forțelor de alunecare relativă și a geometriei reciproce a profilurilor roților și șinei [2]. O descriere corectă a acestei mișcări de șerpuire corespunde unei descrieri satisfăcătoare a mișcărilor unui vehicul, mișcarea de șerpuire fiind modul dominant. Cu toate acestea, comparațiile dintre rezultatele teoretice și cele experimentale nu au fost raportate frecvent, în ceea ce privește mișcările laterale. Acest lucru nu este surprinzător, deoarece cantitativ corespondența este slabă. Spectrele de putere măsurate ale mișcărilor vehiculului în direcție verticală pot fi demonstrate foarte bine cu teoria disponibilă. Dar o cercetare ORE (1972) [3] a spectrelor de putere ale mișcărilor în direcție laterală a arătat diferențe importante între spectrul măsurat și cel calculat. Această lucrare raportează un studiu al mișcărilor parazitare laterale ale unui boghiu cu șase grade de libertate pe o cale dreaptă care prezintă neregularități [4]. Diferența dintre teorie și experiment este cercetată. O înțelegere clară a mișcărilor laterale este esențială pentru o utilizare realistă a teoriei în proiectarea vehiculelor feroviare avansate.

Mișcările unei osii montate în direcție laterală sunt limitate de buzele bandajelor roților. Dar un comportament satisfăcător, este favorabil dacă ghidajul de-a lungul căii în condiții normale de funcționare nu este realizat de buzele bandajelor roților. Wickens sugerează că orientarea ar trebui să fie oferită de conicitatea roții, astfel încât deplasările osiilor montate în mod obișnuit să rămână în spațiul liber, fără contact cu buza bandajului [5]. Dacă o roată se rotește de-a lungul liniei și este deranjată de poziția centrală, există o diferență în razele de rulare între fiecare roată datorită conicității. Pe măsură ce roțile unei osii montate sunt fixate pe axul lor, roțile acoperă distanțe diferite pentru o rotație a axei respective. Aceasta determină o viteză laterală a osiei montate pe direcția poziției centrale pe șine. Bazându-se pe o descriere cinematică a acestui fenomen cu rulare pură Klingel a derivat o formulă bine cunoscută pentru lungimea de undă fundamentală a acestei mișcări de șerpuire [6]. Această lungime de undă este invers proporțională cu rădăcina pătrată a conicității. Pentru a descrie comportamentul unui boghiu cu două osii, trebuie să se țină cont de alunecarea relativă. Alunecarea relativă apare în contactul de rulare și este intermediar între rulare pură și alunecarea pură. O descriere care cuprinde alunecarea relativă a dat naștere unor factori de corecție multiplicativi în formula lui Klingel. Pentru roțile care nu sunt pur conice, a fost definită o conicitate echivalentă. Mai multe rafinări au fost făcute în ecuațiile de mișcare, inclusiv în termeni inerțiali, ale forțelor arcurilor și ale amortizoarelor și efectul de rigiditate gravitațională. Dar mișcarea de șerpuire a rămas cel mai important mod de vibrație. Pentru deplasări mici și viteză redusă de rulare, conicitatea oferă ghidarea osiei montate în cadrul distanțelor sale. Pe de altă parte, la viteze mari, conicitatea roților provoacă instabilitate dinamică [7].

2. ECUAȚIILE DE BAZĂ

Următoarea derivare a ecuațiilor de mișcare a unui boghiu va presupune mișcare de amplitudine mică în jurul poziției medii a oricărui element de masă, astfel încât majoritatea coeficienților să poată fi luați liniar. Vom presupune că elementele structurale ale boghiului

Derivarea Ecuțiilor de Mișcare a Boghiului

sunt rigide, și îmbinate împreună prin componente de suspensie fără frecare. Acest boghiu, care se află în contact cu șinele în 4 puncte, are 14 grade de libertate: 6 pentru cadrul boghiului, 6 pentru fiecare dintre cele două osii montate cu minus 2 relații de contact pentru fiecare osie montată. Numai vibrațiile laterale sunt studiate în această lucrare. Aceste mișcări sunt asimetrice în raport cu planul longitudinal al simetriei. Unghiul de rulare al cadrului boghiului în jurul axei longitudinale nu este cuplat cu celelalte mișcări laterale prin alegerea specială a centrului de greutate al cadrului boghiului la nivelul axelor. Boghiul poate fi descris lateral cu 6 coordonate separate: deplasarea laterală și rotirea atât a cadrului boghiului cât și a osiilor montate, care este prezentat în figura 1.

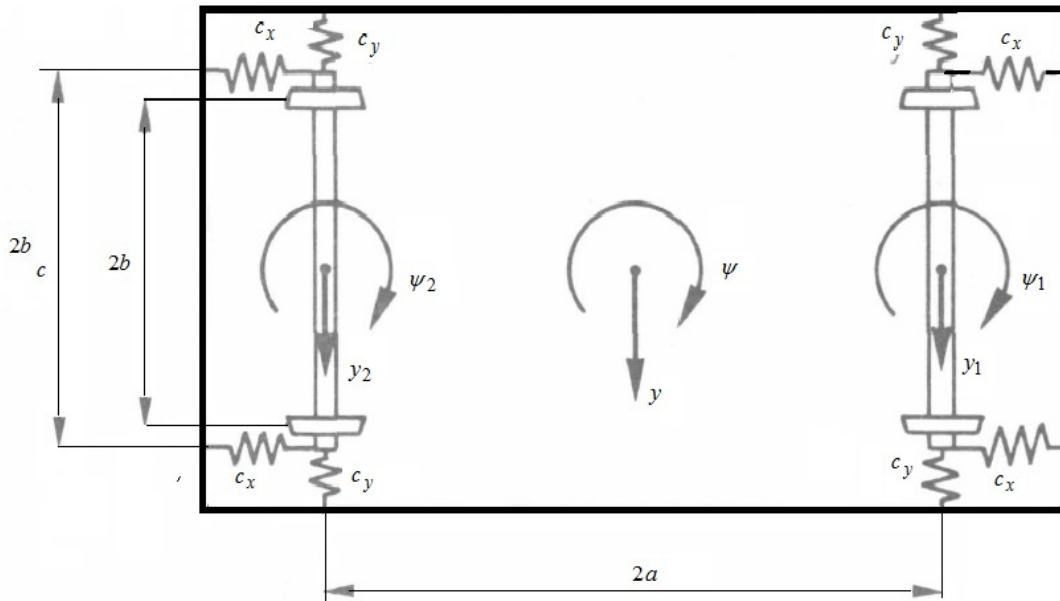


Fig. 1. Coordonatele mișcării laterale ale unui boghiu.

Ecuțiile de mișcare pentru boghiu care rulează cu viteză constantă sunt:

$$\begin{aligned}
 Q_y &= m_b \ddot{y} + k_y \dot{y} + 2c_y(2y - y_1 - y_2) \\
 Q_\psi &= I_{zb} \ddot{\psi} + k_\psi \dot{\psi} + 2c_x b_c^2 (2\psi - \psi_1 - \psi_2) + 2c_y a (2a\psi - y_1 + y_2) \\
 Q_{y1} &= m_a \ddot{y}_1 + 2c_y (y_1 - y - a\psi) - \frac{I_{ya} V \sigma_1}{br} \dot{\psi}_1 \\
 Q_{\phi1} &= I_{za} \ddot{\psi}_1 + 2c_x b_c^2 (\psi_1 - \psi) + \frac{I_{ya} V \sigma_1}{br} \dot{y}_1 \\
 Q_{y2} &= m_a \ddot{y}_2 + 2c_y (y_2 - y - a\psi) - \frac{I_{ya} V \sigma_2}{br} \dot{\psi}_2 \\
 Q_{\phi2} &= I_{za} \ddot{\psi}_2 + 2c_x b_c^2 (\psi_2 - \psi) + \frac{I_{ya} V \sigma_2}{br} \dot{y}_2
 \end{aligned} \tag{1}$$

unde: k_y reprezintă coeficientul de amortizare laterală între boghiu și cutia vehiculului; k_ψ reprezintă coeficientul de amortizare de rotație între boghiu și cutia vehiculului; a reprezintă jumătate ampatament osii; b reprezintă jumătatea de ecartamentului mediu; b_c reprezintă jumătatea distanței dintre arcurile longitudinale; c_x rigiditatea longitudinală a suspensiei; c_y

reprezintă rigiditatea laterală a suspensiei; m_a reprezintă masa osiilor montate; m_b reprezintă masa boghiului; y reprezintă coordonatele laterale ale a cadrului boghiului; y_1 reprezintă coordonate laterale ale osiilor montate 1; I_{ya} reprezintă moment de inerție a osiei montate pe axa laterală; I_{za} reprezintă moment de inerție a osiei montate pe axa verticală; I_{zb} reprezintă momentul de inerție a cadrului boghiului în jurul axei verticale; Q_y reprezintă forța laterală exterioară a cadrului boghiului; Q_{y1} reprezintă forța laterală a șinei pe osia montată 1; Q_{ψ} reprezintă momentul exterior pe cadrul boghiului; $Q_{\psi 1}$ reprezintă momentul roată-șină pe osia montată 1, iar V reprezintă viteza; σ_1 reprezintă σ a osiei montate 1; ψ reprezintă coordonatele de rotație a cadrului boghiului; ψ_1 reprezintă coordonatele de rotație a osiei montate 1.

Pe cadrul boghiului, forțele acționează și datorită legăturii dintre cadru și cutia vehiculului de deasupra, deși construcția a fost concepută pentru a avea o interacțiune neglijabilă. Aceste forțe sunt funcții neliniare ale diferențelor de viteză între cadrul boghiului și cutia vehiculului. Dar ecuațiile de mișcare ale cutia vehiculului sunt nu sunt luate în calculul ecuațiilor 1. Astfel, aceste forțe apar ca forțe externe: $Q_y - k_y \dot{y}$ și $Q_{\psi} - k_{\psi} \dot{\psi}$. Termenii de amortizare vâscoasă separată sunt scrise pe partea stângă. Ei nu produc nici o pierdere generală, dar pot oferi avantaje computaționale.

3. FORȚELE DE CONTACT ROATĂ-ȘINĂ

Mișcările verticale sunt excluse din relațiile 1 pentru a păstra doar un număr mic de grade de libertate [8]. În plus, contactul dintre mișcările verticale și cele laterale este slab. Dar variațiile forțelor verticale nu pot fi calculate complet cu un model numai pentru mișcările laterale. Prin urmare, forța verticală pe roată, sau mai bine: forța normală față de zona de contact roată-șină, este considerat constant ca un sfert din sarcina verticală totală. Forțele laterale, care acționează asupra osiei montate în zona de contact, sunt date de:

$$\begin{aligned} Q_{y1} &= -Y_{i1} - Y_{i2} \\ Q_{\psi 1} &= b(X_{i1} - X_{i2}) + b\psi_1(Y_{i1} - Y_{i2}) \end{aligned} \quad (2)$$

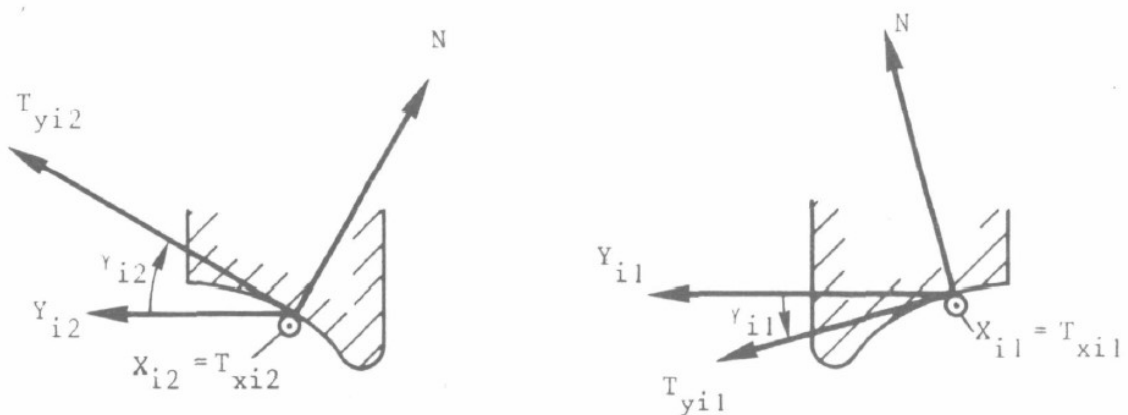


Fig. 2. Forțele de contact care acționează asupra roților.

Aceste forțe pot fi exprimate în forțele tangențiale cu relațiile:

$$\begin{aligned} X_{ij} &= T_{xij} \\ Y_{ij} &= (-1)^{j+1} N \sin \gamma_{ij} + T_{yij} \cos \gamma_{ij} \end{aligned} \quad (3)$$

Atunci când un corp elastic se rostogolește pe un altul, deviațiile mici de la mișcarea pură de rulare pun în aplicare forțe care acționează în zona de contact dintre cele două corpuri. În schimb, forțele externe aplicate, care au valori mici în comparație cu valorile limită de frecare uscate μN , provoacă abateri mici de la mișcarea constantă de rulare. Diferențele de viteze ale roților față de șină în zona de contact, împărțite la viteza de avans a vehiculului, sunt desemnate ca fenomen de alunecare relativă. De asemenea, viteza unghiulară relativă pe o axă normală față de planul de contact, împărțită la viteza inițială, este denumită spin u_n . Deci, alunecarea relativă este fenomenul intermediar între alunecarea pură și alunecarea brută. Experimentele indică, de asemenea, o relație liniară, dar alunecarea relativă măsurată este întotdeauna mai mare decât este prevăzută în teorie. Acest lucru poate fi cauzat de o presiune ridicată a suprafeței în zona de contact, de rugozitatea suprafețelor sau de contaminarea sau lubrifierea suprafețelor. În plus, fundalul fizic al corpurilor elastice pure poate fi redus pentru contactul roată-șină.

Înainte de a intra în detaliile derivării, trebuie făcute câteva observații generale. Unii termeni aparent mici nu vor fi neglijați. Ecuțiile sunt configurate pentru a oferi o flexibilitate maximă în modelul care urmează să fie cercetat. Din acest motiv, se vor introduce diferiți parametri, pentru osia montată. Aceste diferențe pot fi motivate de profilele roților ușor diferite și de diferite abateri standard ale mișcărilor ambelor osiilor montate [9]. Se va cerceta dacă aceste diferențe produc o îmbunătățire.

Exprimate în alunecare relativă și spin, forțele tangențiale devin:

$$\begin{aligned} T_{xij} &= k_{xi} N u_{xij} \\ T_{yij} &= k_{yij} N u_{yij} + k_s N u_{nij} \end{aligned} \quad (4)$$

Alunecarea relativă și spinul determinate complet de viteza roților din zona de contact. Se presupune că șinele nu se mișcă în poziția lor deformată.

Deformarea are loc cu ajutorul vehiculele de conducere ale trenului înainte de trecerea boghiului peste denivelare. În consecință, șina este fixată în timpul trecerii acestui boghiu și nu contribuie la alunecarea relativă. Pentru mici abateri de la rulare pură, cu excepția de contactului cu buza bandajului sau a alunecării grosiere, la alunecarea relativă sunt date de:

$$\begin{aligned} u_{xij} &= \frac{-r_{ij} + r}{r} + (-1)^j \frac{b \psi_i}{v} \\ u_{yij} &= \frac{\dot{y}_i}{v} - \frac{r \dot{\phi}_i}{v} - \phi_i \\ u_{nij} &= (-1)^j \gamma_{ij} - \phi_i + \frac{r \dot{\phi}_i}{v} \end{aligned} \quad (5)$$

unde $\cos \gamma$ este luat egal cu 1, așa cum va fi luat și în continuare. Cantitățile r_{ij} , ϕ_i și γ_{ij} pot fi exprimate în coordonatele boghiului și în poziția neregulată a căi, care apare aici în ecuațiile de mișcare. Calea neregulată se caracterizează prin y_w și ϕ_w , în care y_w este abaterea laterală a liniei mediane și ϕ_w este nivelul încrucișat, dintre unghiul linie, conectând vârful ambelor șine și planul orizontal. Pentru simplitatea notării, poziția șinei cu osia montată va fi notată ca y_{wi} .

$$\begin{aligned} y_{w2}(x+2a) &= y_{w1}(x) \\ \phi_{w2}(x+2a) &= \phi_{w1}(x) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \dot{y}_{wi} &= \frac{dy_{wi}}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = V \frac{dy_{wi}}{dx} \\ \dot{\phi}_{wi} &= \frac{d\phi_{wi}}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = V \frac{d\phi_{wi}}{dx} \end{aligned} \quad (7)$$

Valoarea medie a razelor de rulare a roţii este r ; r_{ij} și γ_{ij} sunt valorile momentale ale razei de rulare și unghiul de contact pentru roata ij . Formulele necesare pentru determinarea forțelor roată-șină sunt:

$$\begin{aligned} r_{i1} - r_{i2} &= 2\lambda_i(y_i - y_{wi} - r\phi_{wi}) \\ \gamma_{i1} + \gamma_{i2} &= 2\delta_i \\ \gamma_{i1} - \gamma_{i2} &= -2\phi_{wi} + \frac{2\varepsilon_i(y_i - y_{wi} - r\phi_{wi})}{b} \\ \phi_i &= \phi_{wi} - \frac{\sigma_i(y_i - y_{wi} - r\phi_{wi})}{b} \end{aligned} \quad (8)$$

Parametrii λ_i , δ_i , ε_i și σ_i sunt definiți de relațiile liniare (8); λ_i se numește conicitatea echivalentă și ε_i este parametrul de rigiditate gravitațională. Expresiile liniare (8) pot fi valabile numai pentru deplasări mici; acestea nu sunt cu siguranță valabile pentru deplasările care cauzează contactul cu buza bandajului.

Combinând (3), (4), (5) și (8) cu (2) va rezulta următoarele forțe ale roții:

$$\begin{aligned} Q_{yi} &= 2k_{yi}N \left[\psi_i - \frac{\dot{y}_i}{V} \left(1 + \frac{r\sigma_i}{b} \right) \right] - \frac{2k_s Nr}{V} \psi_i - \\ &- 2N \left[\frac{\varepsilon_i}{b} - \frac{k_s(\varepsilon_i - \sigma_i)}{b} \right] \cdot (y_i - y_{wi} - r\phi_{wi}) + 2N\phi_{wi} + \\ &+ \frac{2k_{yi}N\sigma_i r}{bV} \dot{y}_{wi} + \frac{2k_{yi}Nr}{v} \left(1 + \frac{r\sigma_i}{b} \right) \dot{\phi}_{wi} \\ Q_{\phi i} &= -2bNk_{xi} \left[\frac{\lambda_i}{r} (y_i - y_{wi} - r\phi_{wi}) + \frac{b}{V} \psi_i \right] + 2bN(1 - k_s)\delta_i\psi_i \end{aligned} \quad (9)$$

4. ECUAȚIILE DE MIȘCARE

Au fost furnizați toți termenii necesari pentru ecuațiile de mișcare ale unui boghiu pe o cale neregulată. Forțele exterioare Q_y și Q_ψ pe cadrul boghiului sunt cauzate de frecare; poziția neregulată a șinei produce forțele incitante pentru osiile montate. Forțele normale N din zonele de contact roată-șină sunt considerate a fi constante în ecuațiile pentru mișcările laterale. Într-un model mai amplu, inclusiv mișcările verticale, există constrângeri pentru deplasarea pe verticală și rotirea unei osii montate pe axa longitudinală, deoarece osiile montate trebuie să rămână în contact cu șinele. Forțele normale pot fi apoi calculate ca forțe de constrângere pentru a menține aceste contacte.

Ecuțiile de mișcare (1) cu (9) devin:

$$\begin{aligned}
 a) \quad Q_y &= m_b \ddot{y} + k_y \dot{y} + 2c_y(2y - y_1 - y_2); \\
 b) \quad Q_\psi &= I_{zb} \ddot{\psi} + k_\psi \dot{\psi} + 2c_x b_c^2 (2\psi - \psi_1 - \psi_2) + 2c_y a (2a\psi - y_1 - y_2); \\
 c) \quad m_a \ddot{y}_1 + 2c_y (y_1 - y - a\psi) + 2k_{y1} N \left[\left(1 + \frac{r\sigma_1}{b} \right) \frac{\dot{y}_1}{V} - \psi_1 \right] + \\
 &+ \left(\frac{2k_s N r}{V} - \frac{I_{ya} \sigma_1 V}{br} \right) \dot{\psi}_1 + 2N \left[\frac{\varepsilon_1}{b} - \frac{k_s (\varepsilon_1 - \sigma_1)}{b} \right] y_1 = \\
 &= 2N \left[\frac{\varepsilon_1}{b} - \frac{k_s (\varepsilon_1 - \sigma_1)}{b} \right] (y_{w1} + r\phi_{w1}) + 2N \phi_{w1} + \\
 &+ \frac{2k_{y1} N \sigma_1 r}{bV} \dot{y}_{w1} + \frac{2k_{y1} N r}{V} \left(1 + \frac{r\sigma_1}{b} \right) \dot{\phi}_{w1}; \\
 d) \quad I_{za} \ddot{\psi}_1 + 2c_x b_c^2 (\psi_1 - \psi) + 2bNk_{x1} \left(\frac{\lambda_1}{r} y_1 + \frac{b\dot{\psi}_1}{V} \right) + \frac{I_{ya} V \sigma_1}{br} \dot{y}_1 - \\
 &- 2bN(1 - k_s) \delta_1 \psi_1 = 2bNk_{x1} \frac{\lambda_1}{r} (y_{w1} + r\phi_{w1}); \\
 e) \quad m_a \ddot{y}_2 + 2c_y (y_1 - y + a\psi) + 2k_{y2} N \left[\left(1 + \frac{r\sigma_2}{b} \right) \frac{\dot{y}_2}{V} - \psi_2 \right] + \\
 &+ \left(\frac{2k_s N r}{V} - \frac{I_{ya} \sigma_2 V}{br} \right) \dot{\psi}_2 + 2N \left[\frac{\varepsilon_2}{b} - \frac{k_s (\varepsilon_2 - \sigma_2)}{b} \right] y_2 = \\
 &= 2N \left[\frac{\varepsilon_2}{b} - \frac{k_s (\varepsilon_2 - \sigma_2)}{b} \right] (y_{w2} + r\phi_{w2}) + 2N \phi_{w2} + \\
 &+ \frac{2k_{y2} N \sigma_2 r}{bV} \dot{y}_{w2} + \frac{2k_{y2} N r}{V} \left(1 + \frac{r\sigma_2}{b} \right) \dot{\phi}_{w2}; \\
 f) \quad I_{za} \ddot{\psi}_2 + 2c_x b_c^2 (\psi_2 - \psi) + 2bNk_{x1} \left(\frac{\lambda_2}{r} y_2 + \frac{b\dot{\psi}_2}{V} \right) + \frac{I_{ya} V \sigma_2}{br} \dot{y}_2 - \\
 &- 2bN(1 - k_s) \delta_2 \psi_2 = 2bNk_{x2} \frac{\lambda_1}{r} (y_{w2} + r\phi_{w2})
 \end{aligned} \tag{10}$$

5. ANALIZAREA ECUȚIILOR DE MIȘCARE

Mai multe ipoteze au fost făcute în timpul derivării (10). Unele dintre acestea sunt necesare pentru a obține ecuații în stadiul actual al cunoașterii despre interacțiunea roată-șină. Unele nu sunt, cu siguranță, complet valabile în practică, datorită deplasărilor infinitezimize cauzate de neregularitățile reale ale poziției șinei. Ipotezele sunt discutate mai jos.

Coeficienții din ecuațiile de mișcare (10) sunt considerați constanți. Acest lucru este rezonabil pentru termenii de inerție și rigiditatea suspensiilor. Cu toate acestea, coeficienții de alunecare relativă variază în funcție de forma zonei de contact, care la rândul său depinde de deplasările laterale. Aceasta determină variații de-a lungul căii, care nu sunt incluse în

ecuațiile de mișcare. Parametrii geometrici de contact λ_i , δ_i , ε_i și σ_i vor varia, de asemenea, de-a lungul căii. Este imposibil să luăm în considerare aceste variații cu ecuațiile de mișcare (10). Deci, pentru parametri de alunecare relativă și geometrici trebuie utilizate valori medii care rămân constante pentru cel puțin o parte a căii. Singura modificare este dată de o diferență a acestor parametri între ambele osii. O astfel de diferență se poate datora diferitelor deviații standard ale deplasărilor ambelor osii montate.

Relația liniară (4) între alunecarea relativă și forță este valabilă numai pentru fluctuațiile mici și vitezele de rotire. Pentru o alunecare relativă mai mare această relație este neliniară. Mai mult, forța normală N este constantă în derivarea forțelor de alunecare relativă. Dar forța normală N va varia în practică atât cu mișcările verticale, cât și cu mișcările laterale. În cele din urmă, influența momentului de alunecare relativă mică este omisă în relația (4).

Singura flexibilitate se presupune că este concentrată în elementele de amortizare ale suspensiei. Torsionarea și îndoirea cadrului boghiului și a osiilor montate sunt neglijate, deci se presupune că roțile sunt legate rigid prin axul lor. Dacă roțile au fost lăsate să se rotească puțin în raport cu celelalte, calculul cantităților de alunecare relativă cinematică în (5) ar fi destul de diferit. Dar osiile sunt în general atât de rigide încât această rotire relativă poate fi omisă din ecuații.

Se presupune că șinele nu se deplasează în poziția lor deformată, în timpul trecerii boghiului, deși în practică există o anumită flexibilitate în structura șinei. În practică, șina se va deplasa, prin urmare, într-o oarecare măsură datorită forțelor variate ale contactului roată-șină și a șinei în special, iar viteza șinei va contribui la alunecarea relativă. Acest efect a fost omis în ecuațiile de mișcare. Celălalt efect, o schimbare a poziției șinei datorită flexibilității acesteia, nu face nici o problemă deoarece poziția șinei poate fi măsurată în apropierea roților ambelor osii montate în timpul trecerii boghiului.

Poziția feroviară neregulată a fost caracterizată de devierea liniei mediane laterale a căii. Cel puțin două aspecte nu au fost luate în considerare în relațiile (8): variațiile ecartamentului și deplasarea liniei de rulare.

O atenție deosebită a fost acordată derivării termenilor care conțin ϕ_i și ϕ_{wi} în (8) și (9), deoarece există puțină unanimitate în rândul specialiștilor în domeniu. Pare suspicios că $\dot{\gamma}_{wi}$ și $\dot{\phi}_{wi}$ apare în ecuațiile forțelor, deoarece se presupune că șina nu se mișcă. Dar aceste derivate feroviare sunt utilizate pentru o aproximare pentru $\dot{\phi}_i$ în relația (5), care se găsește folosind (8) pentru ϕ_i . Acest lucru este necesar deoarece ϕ_i însăși nu este inclusă ca una dintre coordonatele modelului matematic.

Există diferențe mici atunci când ecuațiile pentru forțele roată-șină (9) sunt comparate cu rezultatele ORE (1974) [10]. În ecuațiile noastre, momentul de alunecare a fost omis, oferind mai puțini termeni pentru $Q_{\psi i}$. Pe de altă parte, analiza atentă a ϕ_i , $\gamma_{i1} - \gamma_{i2}$ și $\gamma_{i1} + \gamma_{i2}$ au dat trei termeni suplimentari: respectiv $2k_{yi}Nr\dot{\phi}_{wi} - \gamma_{i2}/V$, $2N\phi_{wi}$ și $2bN(1 - k_s)\delta_i\phi_i$.

În cele din urmă, trebuie subliniat faptul că omiterea termenilor rămâne periculoasă în acest stadiu. Omisiunile sunt justificate numai dacă se bazează pe influența lor asupra soluției ecuațiilor de mișcare. Aceste soluții sunt încă necunoscute; totuși unele efecte fizice au fost omise și alte efecte mici au fost luate în considerare.

O motivație pentru omisiuni în această lucrare este dată de faptul că modelul

matematic va fi utilizat într-un proces de adaptare a modelului. Soluțiile ecuațiilor diferențiale, răspunsurile modelului, vor fi comparate cu răspunsurile efective ale boghiului pe o cale nu neregularită. Parametrii, precum și valorile coeficienților vor fi determinate pentru o corespondență optimă între mișcările măsurate și cele calculate cu ajustarea modelului. Unde ne putem aștepta ca ajustarea parametrilor să fie necesară? Modelul matematic descrie un sistem cu șase grade de libertate. Modelul matematic descrie un sistem cu șase grade de libertate [11]. Descrierea cadrului boghiului conține numai forțe de inerție, forțele arcurilor elicoidale și forțe exterioare care trebuie măsurate [12]. Această parte a modelului este complet cunoscută și nu are nevoie de verificări experimentale, la fel ca forțele de inerție și cele ale arcurilor pentru ambele osii. Dar descrierea forțelor roată-șină este cea parte a modelului care nu se bazează încă pe dovezi experimentale, în ceea ce privește influența asupra soluțiilor. În afară parametrilor feroviari, 4 parametri independenți pot descrie toate influențele posibile într-o ecuație a modelului. Acești parametri sunt coeficienții \dot{y}_i , y_i , $\dot{\psi}_i$ și ψ_i în ecuațiile pentru \ddot{y}_i și $\ddot{\psi}_i$. Acești coeficienți pot fi necunoscuți sau incorect determinați în derivarea teoretică a forțelor roată-șină [13]. Dar în această lucrare sunt estimate cu ajustarea modelului. Cererea pentru un model care urmează să fie ajustat este că orice influență care nu este încă verificată experimental, să fie prezent în model, cu un parametru independent. Pentru cele 4 ecuații cu osii montate, sunt necesari 16 parametri. Conform derivării din această lucrare, pe baza cunoașterii teoretice a interacțiunii roată-șină, mai mulți coeficienți în ecuațiile de mișcare conțin aceași parametri. Tabelul 1 prezintă o schemă de distribuire a parametrilor între coeficienții din ecuații. În această schemă se dau acești parametri, care sunt legați de interacțiunea roată-șină și, de asemenea, I_{ya} , parametrul pentru efectul giroscopic.

Tabelul 1. Distribuția parametrilor asupra coeficienților în ecuațiile de mișcare.

Ecuție pentru:	Coeficientul de:			
	\dot{y}_1	y_1	$\dot{\psi}_1$	ψ_1
\ddot{y}_1	k_{y1}, σ_1, N	$\varepsilon_1, \sigma_1, k_s, N$	k_s, I_{ya}, σ_1, N	k_{y1}, N
$\ddot{\psi}_1$	I_{ya}, σ_1	k_{x1}, λ_1, N	k_{x1}, N	δ_1, k_s, N
	\dot{y}_2	y_2	$\dot{\psi}_2$	ψ_2
\ddot{y}_2	k_{y2}, σ_2, N	$\varepsilon_2, \sigma_2, k_s, N$	k_s, I_{ya}, σ_2, N	k_{x2}, N
$\ddot{\psi}_2$	I_{ya}, σ_2	k_{x2}, λ_2, N	k_{x2}, N	δ_2, k_s, N

Cei 15 parametri diferiți din tabelul 1 sunt combinați în 16 coeficienți. Dependența în acești coeficienți este limitată la coeficienții care conțin I_{ya} , adică termeni ai cuplajului giroscopic. Această dependență ar putea fi ușor eliminată prin introducerea unui alt parametru, dar se va dovedi ulterior că acești coeficienți nu sunt importanți. Influența tuturor parametrilor este examinată, astfel încât modelul matematic (10) este complet și nu poate fi făcut mai general prin luarea în considerare a mai multor termeni. În cazul în care în derivare vor fi incluse alte efecte fizice cu parametri noi, numărul parametrilor ar fi mai mare decât numărul maxim de coeficienți independenți care urmează să fie estimați. Acest lucru ar genera în mod inevitabil estimări interdependente. Pe de altă parte, dacă un efect fizic important a fost omis în derivare, estimările obținute cu ajustarea modelului vor arăta acest lucru [14]. În acest caz, unul sau mai mulți coeficienți din ecuație ar avea o estimare care nu este în concordanță cu

derivarea din această lucrare. O indicație este dată atunci când este necesară o reexaminare atentă a modelului teoretic.

6. CONCLUZII

În derivarea ecuațiilor de mișcare sunt luate în considerare numai acele efecte fizice care sunt necesare pentru a da coeficienți independenți pentru ajustarea modelului. Alte efecte trebuie să fie omise pentru a preveni interdependența nedorită a estimărilor parametrilor. Derivarea teoretică a ecuațiilor de mișcare poate fi validată cu dovezi experimentale atunci când estimările optime ale parametrilor sunt în concordanță cu această derivare. Pe de altă parte, dacă o estimare nu este de acord cu valoarea dată de derivare, există dovezi că această derivare nu este completă. Cele mai multe dintre estimările parametrilor rezultate sunt de acord în mod rezonabil cu valorile lor teoretice. Aceasta validează teoria și structura modelului matematic. Cu toate acestea, doi parametri au estimări ale căror valori nu pot fi explicate prin teorie. Acești parametri au un impact mare asupra stabilității și sunt indispensabili pentru o descriere adecvată a mișcărilor. Corespondența satisfăcătoare obținută între experimente și un model ajustat justifică concluzia că un model cu valori ale parametrilor ajustați poate fi utilizat în mod credibil pentru proiectarea vehiculelor noi.

BIBLIOGRAFIE

- [1] **I. Sebeșan, C.N. Badea, L.V. Păduraru, V. Ștefan**, „Mișcarea de șerpuire a vehiculelor feroviare”, Simpozionul Material Rulant de Cale Ferată 27-28 noiembrie 2015.
- [2] **O. Polah, A. Vetter**, „Methods for runing stability prediction and their sensitivity to weell/rail contact geometry”, 6 th international conference on railway bogies and runninggears, 2004.
- [3] **ORE 1972**, „A comparison of theoretical and experimental vehicle behaviour using a 2-axled special vehicle”, Edition ORE, question CI 16, report no. 2, Utrecht.
- [4] **I. Sebeșan**, „Dinamica Vehiculelor Feroviare”, Editura MatrixRom, București 2011.
- [5] **A.H. Wickens**, „General aspects of the lateral dynamics of railway vehicles”, Journal of Engineering for Industry, Trans. ASME, Series B, Vol. 91, p. 869-878.2009, 1969
- [6] **J. Klingel**, „Uber den Lauf der Eisenbahnwagen. Organ. Forschr”, Eisenb.-Wesen, 38, pp. 113-123, 1883.
- [7] **R.J. Gostling**, „Comparison of values of equivalent conicity in four European countries”, Technical Note DA 28, BR Research Department, Derby, 1971.
- [8] **S. Iwnicki**, „Handbook of Railway Vehicle Dynamics”, Textbook, CRC Press, Taylor & Francis, Boca Raton, USA, 2006.
- [9] **R. Joly**, „Etude de la stabilité transversale d'un véhicule ferroviaire a deux essieux”, Edition ORE, DT 30, Utrecht, 1974.
- [10] **ORE 1974**, „Equations of motion of railway vehicles”, Edition ORE, question CI 16, report no. 4, Utrecht.
- [11] **A. Neacșa, N.N. Antonescu, D.B. Stoica**, „Software Applications for Complex Technological Systems Reliability”, Journal of the Balkan Tribological, Volume: 15, Issue: 1, (2009).
- [12] **I. Sebeșan, C. N. Badea, V. Ștefan. M. R. Sebeșan, A. Badea, M. Litră**. „Aspects of the Operation Shock Absorber on Freight Wagons”, Journal of the Balkan Tribological Association, Volume: 21 Issue: 3, pp.700-710 (2015).
- [13] **J. J. Kalker**, „Survey of wheel-rail contact theory”, Vehicle System Dynamics, 5 pp.:317 - 358, 1979.
- [14] **A. Neacsa, D.B Stoica, N.N. Antonescu**, „Behaviour of Sintered Carbide Pins Under Simulated Work Conditions”, Experimental Study. In Journal of the Balkan Tribological Association Volume: 18 Issue: 4 Pages: 559-565 Published: 2012