

STUDIUL MIȘCĂRII PLAN PARALELE A UNUI SOLID RIGID PRIN INTERMEDIUL PACHETULUI SOFTWARE GEOGEBRA. DETERMINAREA DISTRIBUȚIEI DE VITEZE

STUDY OF PARALLEL MOTION OF A RIGID BODY USING GEOGEBRA SOFTWARE. VELOCITY DISTRIBUTION

Radu PANAITESCU-LIESS

Facultatea de Utilaj Tehnologic București, Romania
pan.radu@gmail.com

Rezumat: Aplicațiile de cinematica solidului rigid studiază mișcarea acestuia fără a ține cont de mase și de forțe. Având în vedere că problemele de cinematică se focusează pe caracterul geometric al mișcării (noțiunile care intervin aici sunt spațiul și timpul), propun în acest articol rezolvarea unei aplicații clasice de cinematică prin intermediul pachetului software GeoGebra. Deși există modalități și aplicații mai performante, acest pachet are avantajele că este ușor de utilizat și este open source. Poate fi o variantă de lucru pentru studenții din anii mici care încep să se familiarizeze cu aplicațiile de infografică.

Cuvinte cheie: solid rigid, poligonul vitezelor, GeoGebra

Abstract: The rigid body kinematic applications study the motion without taking into account masses and forces. The kinematics problems focus on the geometric character of the movement (space and time notions), I propose to solving a classic kinematic application by the GeoGebra software package. This package has the advantages of being easy to use and open source. It can be a method for small-year students who begin to get familiarized with infographic applications.

Keywords: rigid body, velocity polygon, GeoGebra

1. INTRODUCERE

În cazul studierii mișcării solidului rigid în mișcare plan-paralelă, unele dintre metodele aplicate sunt acelea ale poligonului vitezelor și poligonului accelerațiilor. Există mai multe modalități prin care se poate trata o astfel de problemă. Dintre mijloacele infografice utilizate, am decis să prezint în articolul de față o rezolvare prin intermediul pachetului GeoGebra, acesta fiind un software extrem de ușor de folosit și open source.

Aplicația software GeoGebra reprezintă un pachet software matematic cu o dinamică foarte bună accesibil pentru toate nivelurile de educație care combină geometria, algebra, foile de calcul, graficele, statistica și analiza într-un singur instrument facil de utilizat. Materialele realizate cu GeoGebra se pot fi salva și în cloud, existând o comunitate cu milioane de utilizatori. [2]

2. PROBLEMATICA

Vom considera o problemă clasică de cinematică și anume, determinarea vitezelor diferitelor puncte ale unui plăci triunghiulare plane, atunci când se cunosc viteza unui punct și direcția vitezei unui alt punct al său. O problemă similară este rezolvată în [1] prin metoda poligonului vitezelor.

Fie un element rigid ABC ($AB = 6,604 \text{ cm}$, $BC = 3.658 \text{ cm}$, $CA = 7,901 \text{ cm}$) pentru care viteza punctului A este complet determinată, $v_A = 1,8 \text{ cm/s}$, iar măsura unghiului pe care vectorul $\vec{v}_A$ îl face cu latura AB este de 40° și direcția vitezei punctului B face cu latura BC un unghi cu măsura de 30° . Se cere determinarea vitezelor punctelor B și C ale plăcii plane ABC . Se realizează construcția la scară (în cazul acesta 1:1) a plăcii plane, figurându-se elementele cunoscute (figura 1).

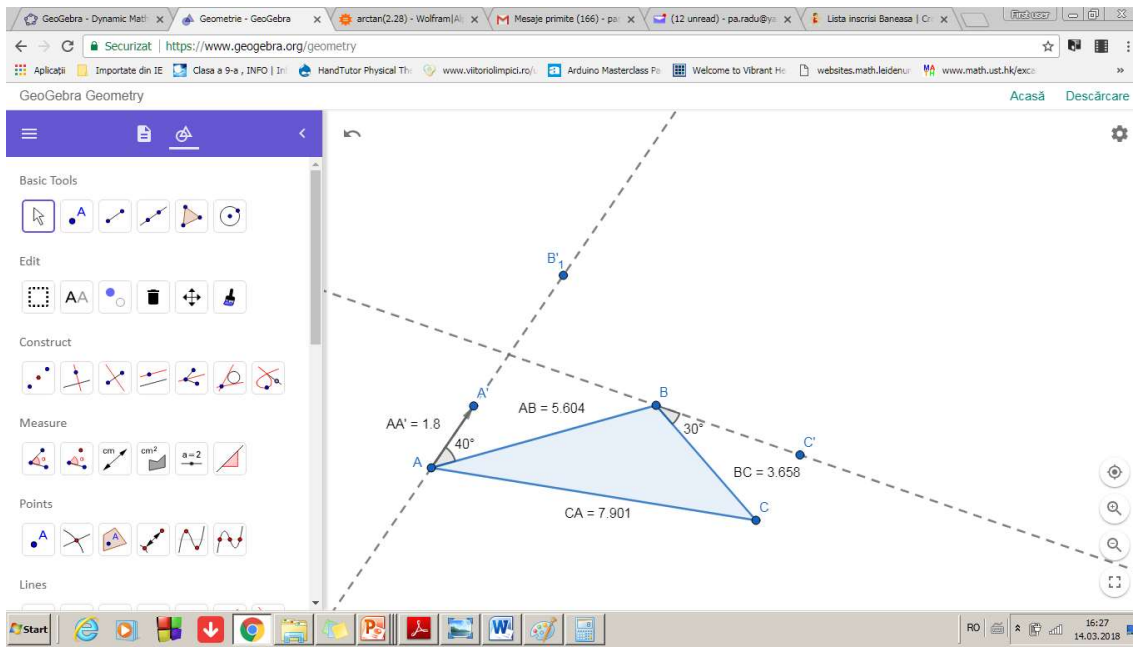


Figura 1 – Elementul rigid ABC în mișcare plan paralelă

Construim perpendicularele (normalele) pe vectorul $\vec{v}_A$ în punctul A și pe direcția vitezei $\vec{v}_B$ în punctul B , determinând astfel centrul instantaneu de rotație I (figura 2):

Distanțele IA , IB și IC au valorile $IA=4,792 \text{ cm}$, $IB=4,455 \text{ cm}$, $IC=4,115 \text{ cm}$.

$$v_A = \omega_I \cdot IA; \quad v_B = \omega_I \cdot IB; \quad v_C = \omega_I \cdot IC \quad (1)$$

$$\frac{v_A}{IA} = \frac{v_B}{IB} = \frac{v_C}{IC} \quad (2)$$

Utilizând formulele (1) și (2), se determină valorile vitezelor $\vec{v}_B$ și $\vec{v}_C$, precum și valoarea accelerației unghiulare ω_I :

Astfel $v_B = 1,673 \text{ cm/s}$ și $v_C = 1,546 \text{ cm/s}$, $\omega_I = 0,375 \text{ s}^{-1}$.

Distribuția de viteze va arăta ca în figura 3.

Studiul mișcării plan paralele a unui solid rigid prin intermediul pachetului software GeoGebra. Determinarea distribuției de viteze

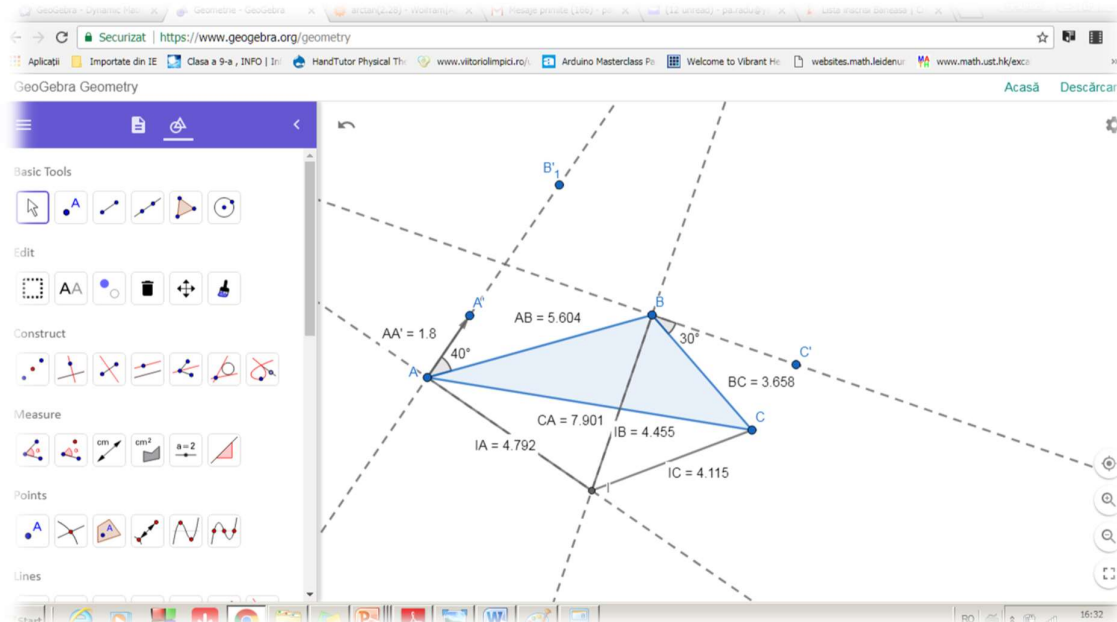


Figura 2 – Poziția CIR

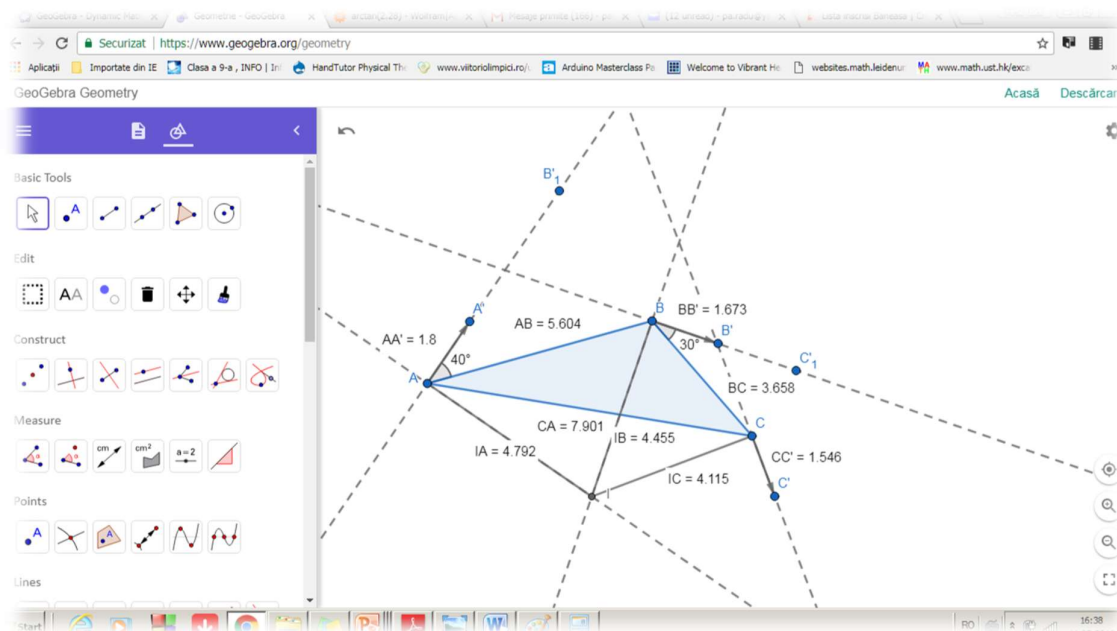


Figura 3 – Direcția și valorile vitezelor punctelor ABC

Se observă din figura de mai sus că valorile vitezelor $\vec{v}_B$ și $\vec{v}_C$ sunt $BB' = 1,673 \text{ cm/s}$, respectiv $CC' = 1,546 \text{ cm/s}$.

În continuare, se alege în planul elementului rigid ABC un punct arbitrar p , se construiesc vectorii $\overrightarrow{pa}$, $\overrightarrow{pb}$, $\overrightarrow{pc}$ echipolenți cu vectorii $\vec{v}_A$, $\vec{v}_B$, $\vec{v}_C$. Unim punctele a , b , c obținându-se astfel poligonul polar al vitezelor (abc) , punctul p numindu-se polul vitezelor și

determinând valorile vitezelor $\vec{v}_{B(A)}$, $\vec{v}_{C(B)}$, $\vec{v}_{C(A)}$. Astfel, $v_{B(A)} = ba = 2,103 \text{ cm/s}$, $v_{C(B)} = cb = 1,378 \text{ cm/s}$, $v_{C(A)} = ca = 2,969 \text{ cm/s}$ (figura 4).

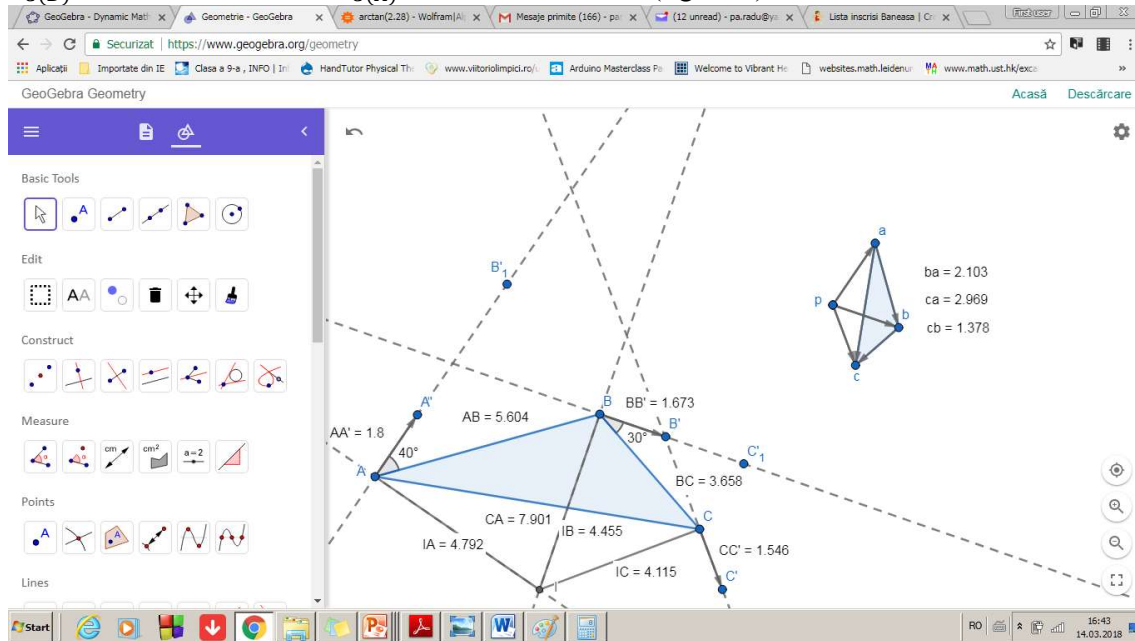


Figura 4 – Polul și poligonul vitezelor

În acest moment putem determina cu ușurință, viteza oricărui punct de pe placa plană ABC . Considerăm un punct, notat cu D , care este situat la distanța de 3 cm față de vârful C și $\widehat{mas(CD, AC)} = 20^\circ$ (figura 5).

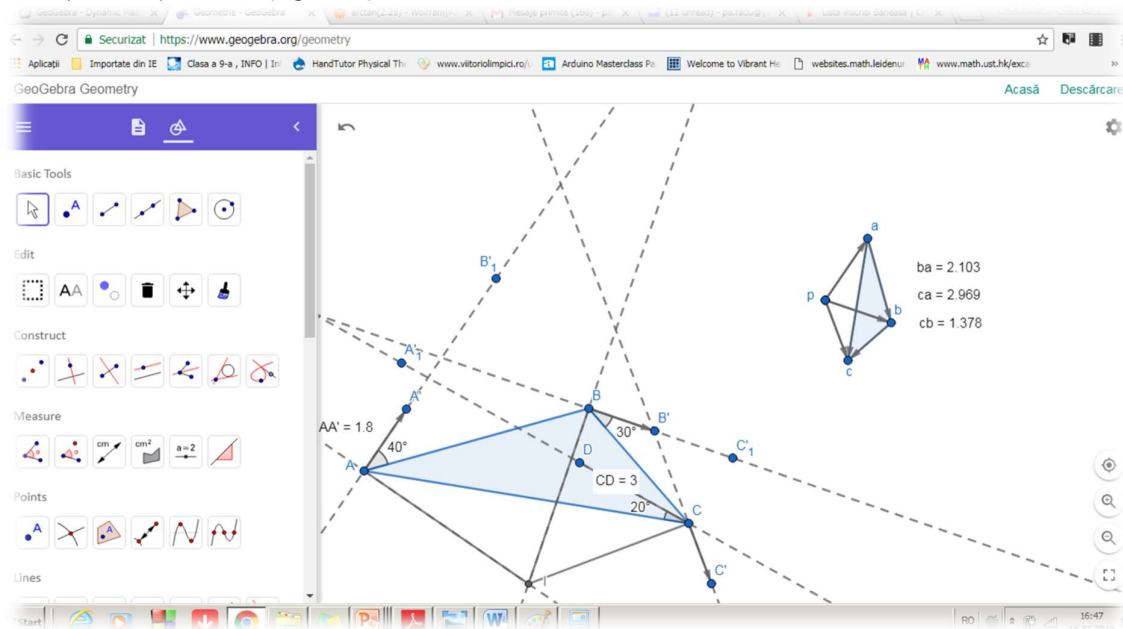


Figura 5 – Poziția punctului D pe elementul rigid ABC

Determinarea distribuției de viteze

Datorită faptului că triunghiurile ABC și abc sunt asemenea ($\frac{CD}{cd} = 2,66$), punctul d - corespondentul punctului D în poligonul vitezelor - este simplu de poziționat (figura 6).

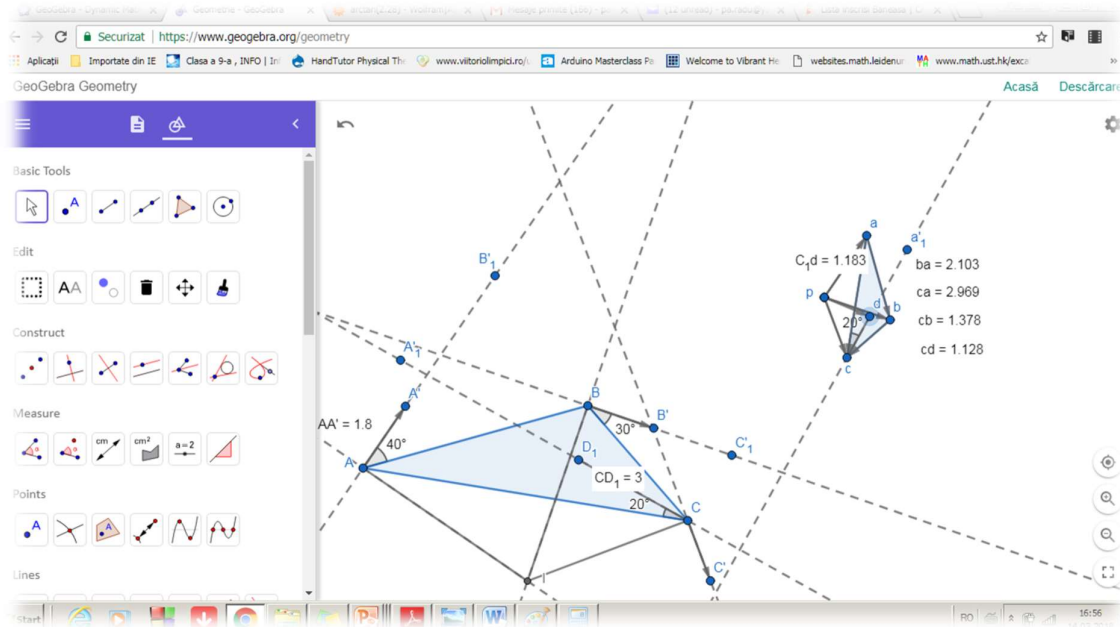


Figura 6 – Poziția punctului d în poligonul abc al vitezelor

Valoarea vitezei $\vec{v}_D$ este $DD' = C_I d = 1,183 \text{ cm/s}$ (figura 7).

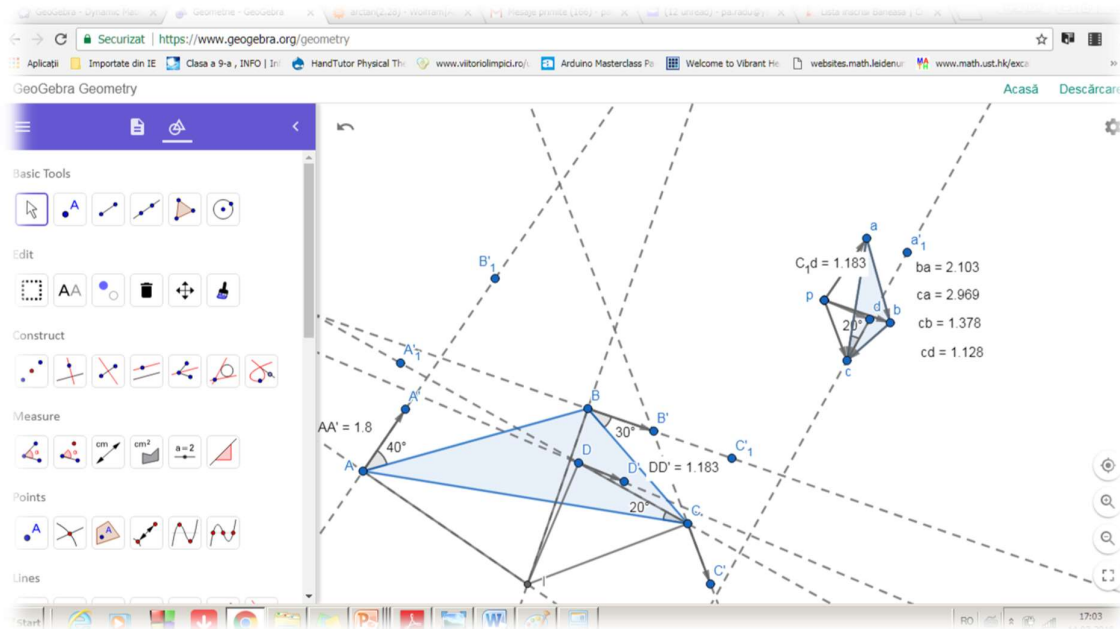


Figura 7 – Valoarea și sensul vitezei $\vec{v}_D$

6. CONCLUZII

Există bineînțeles posibilitatea rezolvării unor astfel de aplicații și prin alte metode, atât din punctul de vedere al Cinematicii, cât și din perspectiva aplicațiilor software, care sunt diverse. Această metodă a poligonului vitezelor se utilizează și în cadrul aplicațiilor și proiectului de la disciplina Mecanisme. Prin utilizarea acestui pachet software oferim studenților o alternativă simplă (mai ales pentru studenții din anii mici care încep să se familiarizeze cu aplicațiile de infografică) și o viziune mai clară asupra mișcării mecanice analizate din punct de vedere cinematic.

BIBLIOGRAFIE

- [1] Vâlcovici, V., Bălan, Șt., Voinea, R. – *Mecanică Teoretică*, Editura Tehnică, București, 1968, pag.384-385;
[2] * * * <https://www.geogebra.org/geometry>.