

AJUSTAREA MODELULUI CU DOUĂ METODE PARALELE PENTRU DERIVAREA ECUAȚIILOR DE MIȘCARE A BOGHIULUI

MODEL ADJUSTMENT WITH TWO PARALLEL METHODS FOR DERIVATION OF THE BOGIE MOTION EQUATIONS

Lucian BLAGA¹, Alexandru BADEA², Pompiliu CONSTANTIN³,
Dragoș Marian BALINT⁴, Claudiu-Nicolae BADEA⁵, George DUMITRU⁶

¹ Autoritatea Feroviară Română - Calea Griviței nr. 393, sectorul 1, București, România
e-mail autori: Lucian BLAGA: blaga@afer.ro

^{2,3} Universitatea Politehnica București, Splaiul Independenței nr. 313, București, România

e-mail autori: Alexandru BADEA: alexsinia@yahoo.com, Pompiliu CONSTANTIN: pompiliu57@yahoo.com, Claudiu-Nicolae BADEA: casagalbenas@yahoo.com

^{4,5,6} Autoritatea Feroviară Română - Calea Griviței nr. 393, sectorul 1, București, România,
e-mail autori: Dragoș Marian BALINT: balint_dragos@yahoo.com, George DUMITRU: george.dumitru.cfr@gmail.com

Rezumat: În prezenta lucrare este arătată importanța studiului mișcărilor laterale aleatorii ale boghiului. Pentru comparații între teorie și experimente este necesară definirea unui criteriu de echivalență. Această lucrare este dedicată descrierii tehnicii de ajustare a modelului ales. Au fost depuse multe eforturi în derivarea ecuațiilor diferențiale care descriu mișcările vehiculelor feroviare, atât în studiile orientate matematic, cât și din punct de vedere fizic. Au fost efectuate în mod independent numeroase experimente în paralel. Valorile parametrilor din ecuațiile diferențiale au fost alese în mod obișnuit în funcție de derivările teoretice. Dar pentru câțiva parametri, valorile teoretice nu au fost încă susținute de dovezi experimentale pentru vehiculele care rulează de-a lungul căii. Acest lucru este cu siguranță cazul conicității echivalente și al rigidității gravitaționale. Corespondența slabă dintre teorie și experimente se poate datora unor termeni incompleți în ecuațiile diferențiale sau unor valori aproximative ale parametrilor din descrierile utilizate până acum. Ambele posibilități sunt analizate în această lucrare. Cu o structură cunoscută a modelului matematic, o estimare corectă a parametrilor, tehnica va produce valori ale parametrilor pentru o corespondență optimă între teorie și experimente. Prin ajustarea parametrilor într-un model analogic, diferența dintre deplasările teoretic așteptate și deplasările determinate experimental ale unui boghiu poate fi redusă la minimum. De asemenea, estimările parametrilor pot fi utilizate ca dovezi experimentale pentru o descriere a forțelor de alunecare relativă, a conicității echivalente și a efectului de rigiditate gravitațională. Corespondența dintre teorie și experimente este o indicație pentru exactitatea descrierii mișcărilor modelului.

Cuvinte cheie: alunecare relativă, conicitatea echivalentă, rigiditate gravitațională, deplasări laterale, boghiuri.

Abstract: In this paper, the estimation of parameters applies to the random lateral movements of railway vehicles. For comparisons between theory and experiments, it is necessary to define an equivalence criterion. This paper is dedicated to describing the technique of adjusting the chosen model. Numerous efforts have been made to derive the differential equations describing the movements of railway vehicles both in mathematically and physically oriented studies. Several parallel experiments were performed independently. The parameter values from differential equations were typically chosen depending on the theoretical derivations. But for some parameters, the theoretical values have not yet been supported by experimental evidence for vehicles running along the rail path. This is certainly the case of equivalent conicity and

gravity rigidity. The minimal correspondence between theory and experiments may be due to incomplete terms in differential equations or approximate values of parameters in the descriptions used so far. Both possibilities are discussed in this paper. With a known structure of the mathematical model, an accurate estimation of the parameters, the technique will produce parameter values for an optimal correspondence between theory and experiments. By adjusting the parameters in an analogue model, the difference between the expected theoretical displacements and the experimentally determined displacements of a bogie can be reduced to a minimum. Moreover, the parameters estimates can also be used as experimental evidence for a description of relative sliding forces, equivalent conicity and gravity rigidity. The correspondence between theory and experiments is an indication of the accuracy of the description of model movements.

Keywords: *relative slide, equivalent conicity, gravity rigidity, lateral displacements, bogies.*

1. INTRODUCERE

Multe fenomene pot fi explicate calitativ cu un model matematic [1], însă acest lucru nu este suficient pentru a justifica utilizarea unui model pentru proiectarea îmbunătățită a vehiculelor. Aspectele cantitative ale teoriei devin importante și trebuie constatate printr-o comparație între teorie și experiment. O comparație devine greoaie și dificil de interpretat dacă vehiculul experimental este complicat inutil. Este mai bine să se verifice mai întâi sistemul roată - șină, apoi sistemul șină - roată – boghiu, iar la final sistemul complet șină - roată - boghiu - cutie vehicul.

Forțele de alunecare [2] au fost măsurate (*Hobbs* 1967) și au fost comparate cu valorile teoretice conform rezultatelor lui *Kalker* [3]. Din aceste măsurători rezultă în mod clar că teoria prezice forțe prea mari pentru o anumită viteză de alunecare în practica feroviară. Valorile corecte pentru coeficienții de alunecare depind în mare măsură de condițiile de suprafață și pot fi cu 30-50% mai mici decât valorile teoretice. Aceste rezultate au fost obținute prin experimente de laborator, deoarece este extrem de dificil să se măsoare forțele de alunecare și vitezele de alunecare de-a lungul unei căii neregulate. De asemenea, s-au efectuat măsurători privind diferența dintre razele de rulare și unghiurile de contact pentru ambele roți ale unei osii montate cu roți. Liniarizarea acestor cantități duce la conicitatea echivalentă [4], respectiv la rigiditatea gravitațională.

2. ALEGEREA CRITERIULUI DE EROARE

Pasul următor este verificarea teoriei alunecării, conicitatea și rigiditatea gravitațională în experimente de-a lungul căii de rulare. Este imposibil să se facă aceste experimente cu o singură osie izolată, deoarece suspensiile esențiale longitudinale și laterale ale acelei osii montate duc la o cuplare între dinamica roților pe osia montată și mișcările restului vehiculului. Cel mai simplu vehicul izolat poate fi un boghiu sau un vagon cu două osii. Ambele vehicule au fost utilizate în comparații: *Stassen* a folosit un boghiu [5] și ORE (1972) a folosit un vehicul special cu două osii [6]. Rezultatele lui *Stassen* au fost în principal calitative. ORE a obținut o anumită corespondență în spectrul măsurat și calculat al mișcărilor laterale ale vehiculului, dar numai cu o multiplicare destul de fantezistă a spectrelor feroviare de intrare cu un factor de patru. Este mai ușor să se realizeze verificarea sistemului boghiu - cutie vehicul [7]. Forțele dintre osiile montate și cadrul boghiului pot fi măsurate în experimente de-a lungul liniei. Cu aceste forțe ca intrare, mișcările și accelerațiile cadrului și corpului boghiului pot fi calculate și comparate cu mișcările și accelerațiile măsurate. Masele și rigiditatea arcurilor pentru descrierea acestor mișcări pot fi obținute cu teste statice. Testele dinamice sunt necesare în principal pentru o descriere (liniară) a amortizării. Ultimul pas este

Ajustarea modelului cu două metode paralele pentru derivarea ecuațiilor de mișcare a boghiului

verificarea unui sistem complet în comportamentul său de-a lungul căii. Acest sistem este alcătuit din mai multe corpuri, fiecare susținut de boghiuri și de osiile lor. O verificare a sistemului complet, fără studii precedente ale subsistemelor, poate răspunde doar la întrebarea dacă teoria este corectă sau nu, dar nu va da informații pentru îmbunătățirea descrierii teoretice. Comportamentul lateral al unui boghiu [8] a fost studiat, pentru o verificare a descrierii forțelor roată - șină care determină mișcările efective ale boghiului de-a lungul liniei. Posibilitatea de flexibilitate a liniei este exclusă. Se presupune că mișcările laterale pot fi descrise pentru șase grade de libertate. Concluziile pot fi valabile numai în acest cadru. Este cunoscut deja din experiențele lui *Stassen* (1967, pp. 126) și *ORE* (1972) că corespondența dintre experimente și teorie va fi slabă dacă toți parametrii vor avea valori corespunzătoare derivărilor lor teoretice. Această lucrare încearcă să ofere soluții privind descrierea comportamentului real al unui boghiu printr-un model cu structura dată, justificarea simplificărilor și a neglijărilor operate în calculele deterministe, utilizarea corespondenței optime între teorie și aplicații experimentale privind valorile parametrilor utilizați, stabilirea caracterului de egalitate pentru parametrii aleși în funcție de variația vitezelor de circulație și de tipologia căii de rulare utilizate, descrierea corectă a forțelor de alunecare reale, liniarizarea efectului rigidității gravitaționale asupra boghiului, precizia descrierii optime a fenomenologiei analizate, identificarea erorilor ascunse ori omise, posibilitatea explicitării fizice a valorilor optime obținute pentru diverși parametrii... Nu în ultimul rând, s-a căutat posibilitatea determinării parametrului pentru conicitatea echivalentă cu statistica de liniarizare și descrierea neliniară a îmbunătățirii semnificative datorate puternicei neliniarități datorate diferenței între razele de rulare pentru deplasări mari ale șinelor de cale și ale roților care sunt de natură să influențeze contactul cu buza roții.

Declarația destul de vagă: "corespondența dintre comportamentul teoretic și experimental al unui boghiu" trebuie să fie definită mai precis prin intermediul unui criteriu de eroare. Rezultatele depind de alegerea criteriului. De exemplu, frecvențele înalte vor contribui mult mai mult la eroare dacă criteriul este pe baza accelerațiilor decât dacă se bazează pe deplasări. În ambele cazuri pot fi găsite valori diferite ale parametrilor. S-a ajuns la concluzia că un model matematic pentru un vehicul feroviar trebuie să ofere previziuni bune pentru calitatea mersului. Accelerațiile trebuie să fie prevăzute cu precizie, pentru a determina nivelul de confort pentru sarcina utilă. Accelerațiile unui boghiu sunt, totuși, filtrate în suspensia caroseriei boghiului înainte de a ajunge la sarcina utilă și prin urmare, accelerațiile boghiului nu contribuie direct la calitatea mersului. Numai cealaltă parte a calității mersului este importantă pentru un boghiu: forțele roată - șină sau fracția de timp a contactului cu buza bandajului. Acest lucru poate fi descris dacă sunt cunoscute deplasările roată - șină. S-a constatat că atât deplasările șinei, cât și cele de tracțiune sunt corect date de model, dacă modelul descrie corect deplasările cadrului boghiului. Prin urmare, criteriul de eroare se bazează pe deplasările laterale ale cadrului boghiului. Diferența medie a rădăcinii pătrate dintre deplasările laterale ale cadrului boghiului din experiment și teorie trebuie minimalizată. Cel mai bun model teoretic este modelul cu un minim pentru această diferență medie pătrată, ca funcție a valorilor parametrilor. Obiectivul acestei lucrări este de a găsi acele valori ale parametrilor.

3. SELECTAREA UNEI PROCEDURI DE ESTIMARE A PARAMETRILOR

Sunt descrise multe abordări pentru identificarea sistemului și estimarea parametrilor de *Eykhoff*, cu o mare libertate în formularea problemei. Un model reprezintă, în esență, trei aspecte ale cunoașterii sistemului, respectiv structura sistemului, valorile parametrilor și

răspunsul modelului. În acest caz, structura boghiului este dată de ecuațiile de mișcare, iar răspunsul este utilizat pentru criteriul de eroare. Astfel, problema de identificare completă este redusă la cea a estimării parametrilor.

În general, utilizarea unui semnal de intrare de testare este convenabilă pentru estimări exacte. Dar pentru vehiculele feroviare este dificil să se aplice semnalele de încercare suprapuse peste neregularitățile normale ale căii. Prin urmare, observațiile în condiții normale de funcționare fac uz de neregularitățile existente ale șinelor și de răspunsurile boghiului pentru estimarea parametrilor. S-a încercat să se efectueze teste de laborator cu un dispozitiv cu role, atât pe scară largă, cât și pe vehicule la scară redusă. Dar nu s-a reușit să se explice comportamentul obișnuit al vehiculului, deoarece un vehicul se comportă în esență diferit dacă este plasat pe o platformă cu role. Unii termeni trebuie adăugați la ecuațiile de mișcare, iar coeficienții de alunecare au alte valori datorită unei alte forme a zonei de contact. Prin urmare, parametrii pentru forțele roată - șină trebuie să fie estimați normal pentru condițiile de operare. Doar atunci putem fi siguri că concluziile sunt aplicabile în practică.

Trebuie făcută o alegere între simularea analogică și digitală a ecuațiilor diferențiale ale boghiului. Modelul are o structură complicată, dar fixă. Numai parametrii sunt variabili. De asemenea, simularea trebuie repetată de mai multe ori. În acest caz, viteza calculului analogic în rezolvarea ecuațiilor diferențiale obișnuite face ca o simulare analogică să fie eficientă. Această simulare oferă răspunsuri modelului continuu, iar procedura de estimare va folosi aceste semnale continue. *Eykhoff* (1974, pp. 32) distinge două abordări diferite în aplicarea teoriei de estimare. În primul grup de metode, se folosesc relații matematice explicite pentru estimarea parametrilor. Estimările în aceste metode directe sunt obținute în numai câțiva pași, după un număr finit de operații elementare. Metoda explicită este preferabil utilizată dacă intrarea și ieșirea pot fi măsurate fără zgomot. Dacă există zgomot aditiv, necorelat, sunt posibile unele modificări pentru a preveni estimările părtinitoare. Dar nu este posibil să se facă față zgomotului corelat, care are legătură cu semnalele de intrare sau de ieșire măsurate [9].

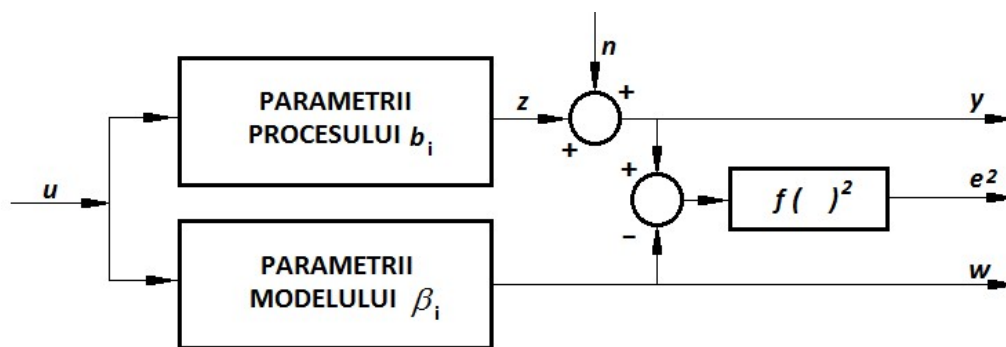


Fig. 1. Metoda de estimare prin tehnica de ajustare a modelului

În experimentele feroviare, decalajul liniei de rulare nu este încorporat în neregulile feroviare măsurate. Prin urmare, acesta este un zgomot care poate fi corelat cu răspunsul la intrare sau la boghiu. Prin urmare, nu este recomandabil să se utilizeze metode explicite în estimarea parametrilor feroviari. Cu toate acestea, a fost încercat, având ca rezultat cel mai mare o estimare negativă pentru coeficienții de alunecare. Acest lucru este imposibil din punct de vedere fizic și dovedește suficient că trebuie aplicate și alte metode. De fapt, aceeași

Ajustarea modelului cu două metode paralele pentru derivarea ecuațiilor de mișcare a boghiului

greșeală se face dacă spectrele de intrare a șinelor sunt comparate cu spectrele mișcărilor boghiului rezultate pentru a evalua funcția de transfer a boghiului. O comparație a spectrelor este utilă numai dacă se știe că ieșirea este aproape complet datorată spectrului de intrare măsurat. Este puțin probabil ca corecțiile spectrului de intrare cu un factor de patru, aplicate de ORE (1972), să ofere o bază adecvată pentru comparații. Dar factorul de patru arbitrar ales oferă o indicație despre inexactitatea care poate fi așteptată în astfel de predicții.

Al doilea grup de metode de estimare utilizează o tehnică de ajustare a modelului. Parametrii sunt estimați cu proceduri repetate de ajustare [10] și sunt date numai de relațiile implicite în model. Principiul acestor metode este ilustrat în figura 1. Intrarea procesului u este măsurată și utilizată ca intrare pentru model. Procesul de ieșire z nu poate fi măsurat fără zgomot aditiv n ; numai:

$$y = z + n \quad (1)$$

poate fi obținut. Diferența $y - w$ între ieșirea procesului măsurat și ieșirea modelului va fi numită discrepanță [11]. Eroarea e este deviația standard a discrepanței iar w este semnalul de ieșire al modelului; funcția de pierdere e^2 devine:

$$e^2 = \frac{1}{T} \sum_{t_0}^{t_0+T} (y - w)^2 dt \quad (2)$$

și este o funcție a parametrilor modelului β_i . Prin minimizarea lui e (sau e^2) în raport cu β_i , corespondența dintre proces și ieșirea modelului este optimizată. Valorile optime ale lui β_i sunt egale cu b_i când procesul este liniar, modelul are aceeași structură ca și procesul și dacă zgomotul este aditiv necorelat. Minimul de e^2 este obținut pentru $w = z$. Cu relațiile (1) și (2) funcția de pierdere minimă devine:

$$e_{\min}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t_0}^{t_0+T} n^2 dt \quad (3)$$

Tradus în problema parametrilor boghiului: semnalul de intrare este atunci când neregularitatea măsurată a liniei de centru a șinei [12] z devine răspunsul boghiului la acea intrare. Mișcarea laterală a cadrului boghiului este y și w este rezultatul modelului constând din ecuațiile de mișcare cu parametri reglabili. Zgomotul n constă în zgomotul măsurătorilor și al zgomotului de ieșire echivalent, care corespunde deviației căii de rulare și altor aspecte ale semnalului de intrare a căii care nu sunt incluse în intrarea măsurată. Acest zgomot nu va fi mic datorită ordinii de magnitudine a deviației căii de rulare. Prin urmare, relația (3) arată că eroarea minimă nu va fi mică pentru parametrii optimi ai modelului.

Rezultă că mișcările boghiurilor de ieșire și poziția șinei de intrare trebuie reconstituite cu aceleași accelerații măsurate. Zgomotul de măsurare al accelerometrelor va determina o relație între zgomotul de intrare și ieșire al procesului. Este clar că metoda de estimare poate să nu fie foarte sensibilă la prezența zgomotului și la proprietățile de zgomot datorită acestui zgomot de măsurare corelat pe intrare și ieșire și a zgomotului de ieșire echivalent. Prin urmare, nu se poate utiliza o metodă "model generalizat".

Trebuie să fie aleasă o strategie pentru ajustarea modelului paralel. Este posibil să se

utilizeze două modele paralele cu procesul. *Mesch* a arătat că utilizarea a două modele poate reduce timpul de măsurare sau poate îmbunătăți considerabil precizia [13]. Al doilea model poate fi folosit pentru a determina derivatele parțiale ale erorii în raport cu diferiți parametri. Aceste derivate sunt găsite cu exactitate cu două modele paralele, deoarece ambele modele au exact același semnal de intrare. Diferența dintre cele două ieșiri ale modelului se datorează exclusiv diferenței date dintre parametrii ambelor modele. Acuratețea era necesară pentru a găsi parametrii optimi pentru descrierea boghiului. Cu cicluri de estimare consecutive cu un singur model este extrem de dificil să se obțină astfel de rezultate din cauza inexactității instrumentale în computerele hibride.

Sunt posibile strategii diferite în determinarea derivatelor erorii cu două modele. Al doilea model poate fi un model de sensibilitate care oferă funcțiile de parametru de sensibilitate; acesta poate fi, de asemenea, complet identic cu primul model, cu valori diferite pentru unul sau mai mulți parametri. În cazuri simple, modelul de sensibilitate are avantajul că mai multe funcții de sensibilitate pot fi calculate simultan [14]. Dar acest avantaj este pierdut dacă parametrii apar în termeni diferiți în ecuațiile diferențiale. În plus, pentru fiecare funcție de sensibilitate, trebuie utilizate diferite semnale de intrare pentru modelul de sensibilitate. Deci, utilizarea unui model de sensibilitate nu are niciun avantaj în acest caz. Două modele paralele identice vor fi utilizate; al doilea va avea valori diferite pentru parametrul (parametrii) al cărui derivat parțial este calculat.

Eykhoff oferă numeroase soluții pentru problema matematică de a căuta minimul erorii ca funcție a câtorva parametri prin utilizarea derivatelor parțiale.

4. AJUSTAREA CU DOUĂ MODELE PARALELE

Să presupunem că ieșirea procesului y poate fi exprimată cu o relație funcțională (posibil neliniară) g [15] ca:

$$y = g(u, b, n) \quad (4)$$

unde u și n reprezintă semnalul de intrare și respectiv zgomotul iar b este vectorul m care este dimensional al parametrilor procesului b_1, \dots, b_m ; y , u și n sunt funcții de timp.

Modelele sunt date de:

$$w = g(u, \beta, 0) \quad (5)$$

cu vectorul m dimensional al estimărilor parametrilor modelului $\beta: \beta_1, \dots, \beta_m$. Cel de-al doilea model poate fi dat ca:

$$w + \Delta w = g(u, \beta + \Delta\beta, 0) \quad (6)$$

unde vectorul $\Delta\beta$ conține elementele $\Delta\beta_1, \dots, \Delta\beta_m$. Unul sau mai multe elemente din $\Delta\beta \neq 0$. Derivații în raport cu parametrii vor fi aproximați prin:

$$\frac{\partial w}{\partial \beta} = \frac{\Delta w}{\Delta \beta} \quad (7)$$

în căutarea unui minim de e , abaterea standard a discrepanței $y - w$ între proces și model. Δw este vectorul diferențelor dintre ieșirile modelului, iar $\Delta\beta$ este vector al diferențelor dintre parametri. Pot fi urmate două abordări diferite: parametrii sunt ajustați simultan sau unul câte unul. Prima abordare a fost investigată în detaliu de *Eykhoff* [14]. Această metodă are avantajul că toate derivatele sunt calculate simultan și se poate demonstra convergența. Dar este clar că, cu două modele, se poate determina doar un singur derivat la un moment dat.

Ajustarea modelului cu două metode paralele pentru derivarea
ecuațiilor de mișcare a boghiului

Următorul derivat va fi, în general, calculat mai aproape de minimumul funcției de pierdere dacă se fac ajustările bazate pe instrumentele derivate anterioare. În consecință, acest nou derivat va conține mai multe informații despre locația minimumului. Din acest motiv, se preferă o ajustare ciclică unul câte unul.

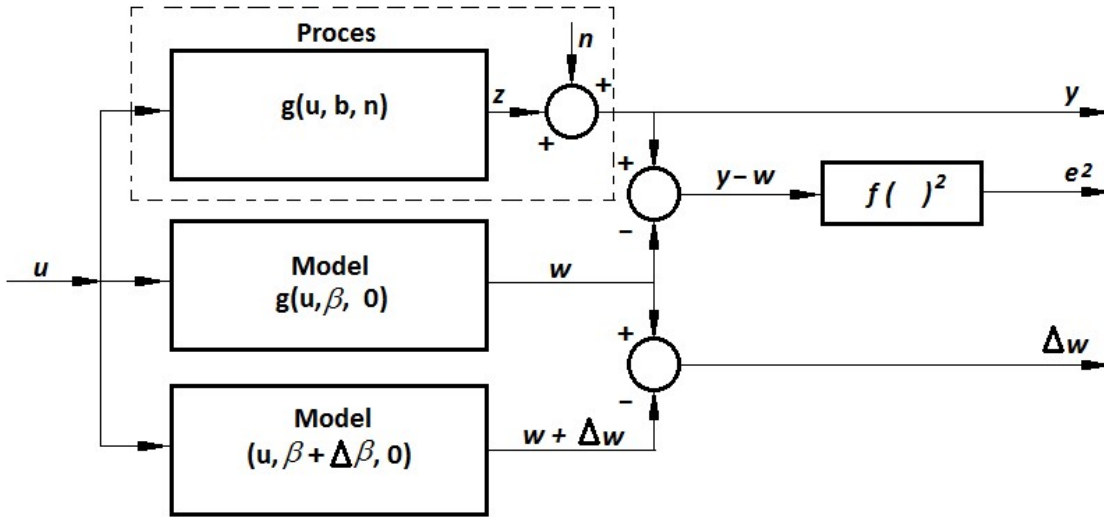


Fig. 2. Procesarea cu două modele paralele.

Ajustarea unui parametru se efectuează prin minimizarea funcției de pierdere e^2 cu privire la acel parametru, să zicem β_k , astfel încât să punem

$$\frac{\partial e^2}{\partial \beta_k} = 0 \quad (8)$$

Aceasta determină valoarea optimă pentru β_k , pentru estimările date ale celorlalți parametri.

Cu relația (2) aceasta devine:

$$- \int_{t_0}^{t_0+T} \frac{2}{T} (y - w) \frac{\partial w}{\partial \beta_k} dt = 0 \quad (9)$$

unde Δw_k este element al lui Δw , iar $\Delta \beta$

Valoarea optimă va fi notată cu β_k^* cu:

$$\beta_k^* = \beta_k + \alpha \Delta \beta_k \quad (10)$$

unde $\Delta \beta_k$ este element al lui $\Delta \beta$.

Presupunând că relația (7) este o aproximare bună pentru intervalul de la vectorul parametrilor modelului cu elemente β_k , până la estimarea îmbunătățită a parametrului β_k^* , răspunsul modelului pentru β_k^* poate fi scris ca: $w + \alpha \Delta w$, unde indexul k indică că diferența dintre cele două ieșiri ale modelului este cauzată de o diferență $\Delta \beta_k$ numai în parametrul k [15]. Apoi relația (9) devine:

$$-\frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \frac{2}{T} (y - w - \alpha \Delta w) \frac{\Delta w_k}{\Delta \beta_k} dt = 0 \quad (11)$$

și α poate fi dat ca:

$$\alpha = \frac{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (y - w) \Delta w_k dt}{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \Delta w_k^2 dt} \quad (12)$$

Coeficientul de corelație ρ între discrepanța $y - w$ și diferența dintre ieșirile modelului Δw_k este:

$$\rho = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (y - w) \Delta w_k dt \left[\frac{1}{T^2} \int_{t_0}^{t_0+T} (y - w)^2 dt \cdot \int_{t_0}^{t_0+T} \Delta w_k^2 dt \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (13)$$

Cu relațiile (13) și (2), relația (12) devine:

$$\alpha = \rho \cdot \frac{e}{\left[\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \Delta w_k^2 dt \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (14)$$

Desigur că relația (12) poate fi obținută direct și prin minimizarea noii funcții de pierdere e^{*2} pentru β_k^* :

$$e^{*2} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \frac{2}{T} (y - w - \alpha \Delta w_k)^2 dt \quad (15)$$

unde e^* reprezintă eroarea a modelului ajustat.

Aceasta poate fi rescrisă folosind relațiile (2), (13) și (14) ca:

$$e^{*2} = e^2 (1 - \rho^2) \quad (16)$$

Noua funcție de pierdere este redusă în raport cu valoarea precedentă e^2 , deoarece $|\rho| \leq 1$. Deci, fiecare ajustare va da o valoare mai mică (sau egală) a funcției de pierdere, iar ciclul de estimare va ajunge cel puțin la un minim local. Dacă toți parametrii se află în apropierea valorilor optime, pașii a devin mici. Presupunerea din relația (7) va fi apoi corectă.

Valoarea din relația (14) a fost găsită prin verificarea de câte ori semnalul diferenței dintre ieșirile modelului ar putea fi scăzut din discrepanță pentru a avea un minim în funcția de pierdere. Din punct de vedere matematic, această strategie de ajustare este o metodă Gauss-Newton pentru un parametru la un moment dat [14]. Rezultă [15]:

Ajustarea modelului cu două metode paralele pentru derivarea
ecuațiilor de mișcare a boghiului

$$\beta_k^2 = \beta_k - \left(\frac{\partial^2 e^2}{\partial \beta_k^2} \right)^{-1} \cdot \frac{\partial \cdot e^2}{\partial \beta_k} \quad (17)$$

și aproximând:

$$\frac{\partial^2 e^2}{\partial \beta_k^2} = \frac{2}{T} \cdot \int_{t_0}^{t_0+T} \left(\frac{\partial w}{\partial \beta_k} \right)^2 dt - \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (y - w) \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial \beta_k^2} dt \quad (18)$$

cu doar primul termen, pe măsură ce ar trebui să dispară apropierea optimă $y - w$, rezultă că:

$$\beta_k^* = \beta_k + \frac{\frac{1}{T} \cdot \int_{t_0}^{t_0+T} (y - w) \cdot \frac{\partial w}{\partial \beta_k} dt}{\frac{1}{T} \cdot \int_{t_0}^{t_0+T} \left(\frac{\partial w}{\partial \beta_k} \right)^2 dt} \quad (19)$$

Acest rezultat este egal atât cu relația (10) cât și cu relația (14) dacă derivatele parțiale sunt înlocuite cu diferențele conform relației (7).

Este posibil să se varieze mai mulți parametri în același timp. Uneori convergența spre optim poate fi îmbunătățită în acest fel, de exemplu dacă influențele parametrilor sunt foarte neortogonale. Experiența cu aplicarea tehnicii de ajustare va arăta când mai mulți parametri ar trebui să fie diferiți simultan. Același lucru este valabil și pentru secvența parametrilor din estimare. Această secvență este determinată de interacțiunea umană, deși ar fi fost posibil să fie controlată cu un program de calculator digital.

Calculul noii funcții de pierdere conform relației (16) este util în timpul optimizării. Un pas mare în combinație cu o reducere neglijabilă a funcției pierdere poate da naștere la probleme în convergență. Este mai bine pentru a limita valoarea lui α pentru valori scăzute ale lui ρ . Valorile ridicate pentru α pot fi găsite pentru diferențele prea mici $\Delta \beta_k$ din parametri sau pentru parametrii care nu au nici o influență asupra funcției de pierdere. Zgomotul și alte inexactități minore ale elementelor de calcul analogice vor crea întotdeauna o diferență între cele două modele, chiar dacă parametrii ambelor modele sunt egali. Limitarea valorii lui α pentru valori scăzute ale lui ρ poate fi interpretată ca neglijarea pașilor care sunt calculați pentru diferențele cu magnitudinea zgomotului calculatorului.

Precizia și dispozitivele de ieșire ale unui calculator digital sunt convenabile pentru integrarea α și ρ pe o perioadă lungă de timp și pentru ieșirea datelor despre estimările curente ale parametrilor. Modelele sunt simulate pe un computer analogic.

5. CONCLUZII

Conceptul de "viteză critică" nu este suficient pentru o analiză realistă a stabilității vehiculelor feroviare. Ea trebuie să fie înlocuită de calitatea mersului, cu două aspecte: forțele roată-șină și accelerațiile la care este supusă sarcina utilă.

Abaterea laterală a liniei mediane a șinei poate fi determinată ca o combinație filtrată a accelerațiilor vehiculului și a deplasărilor roată-șină. Accelerațiile laterale măsurate trebuie să fie corectate pentru contribuția accelerației gravitaționale.

Amortizarea mișcării de șerpuire este determinată de o combinație de mai mulți parametri. Coeficienții de alunecare relativă reprezintă 2/3 din valorile lor teoretice în

modelul ajustat optim. Cu toate acestea, două forțe de natură fizică încă necunoscute rezultă din ajustarea modelului. Unul înlocuiește efectul de rigiditate gravitațională; celălalt este o forță de stabilizare proporțională cu unghiul de înclinare în ecuațiile pentru rotația roților. Ambele forțe, împreună cu valori semnificative ale parametrilor, sunt necesare pentru o descriere satisfăcătoare a amortizării mișcării de șerpuire și, în consecință, pentru o analiză a stabilității. Prin urmare este necesară o cercetare mai profundă a surselor acestor forțe.

O investigație a relațiilor neliniare în zona de contact roată-șină indică faptul că nici introducerea unor variații ale gabariturii, nici a unor termeni neliniari, nu dă o îmbunătățire a modelului matematic.

Există o discrepanță între mișcările măsurate ale boghiului și mișcările simulate cu modelul ajustat optim, cu deviația liniei centrale a șinei ca semnal de intrare. Această discrepanță este, probabil, cauzată în principal de compensarea căii de rulare necunoscute. Atât densitatea spectrală de putere cât și abaterea standard a mișcărilor modelului sunt în satisfacerea corespondenței cu cele ale mișcărilor măsurate. Astfel, calculele pentru proiectarea vehiculelor noi pot fi efectuate fără deplasarea liniei de rulare ca semnal suplimentar de intrare,

BIBLIOGRAFIE

- [1] **O. Polah, A. Vetter**, „*Methods for running stability prediction and their sensitivity to weell/rail contact geometry*”, 6 th international conference on railway bogies and runninggears, 2004.
- [2] **A.E.W. Hobbs**, (1967), „*A survey of creep*” Technical Note Dyn. 52, BR Research Department, Derby, 1967.
- [3] **J.J. Kalker**, „*On the rolling contact of two elastic bodies in the presence of dry friction*”, Doctoral thesis. Delft, 1967.
- [4] **R.J. Gostling**, “*Comparison of values of equivalent conicity in four European countries*”, Technical Note DA 28, BR Research Department, Derby, 1971.
- [5] **ORE 1972**, „*A comparison of theoretical and experimental vehicle behaviour using a 2-axled special vehicle*”, Edition ORE, question CI 16, report no. 2, Utrecht.
- [6] **H.G. Stassen**, „*Random lateral motions of railway vehicles*”, Doctoral thesis. Delft, 1967
- [7] **I. Sebeșan**, „*Dinamica Vehiculelor Feroviare*”, Editura MatrixRom, București, 2011.
- [8] **A.H. Wickens**, „*General aspects of the lateral dynamics of railway vehicles*”, Journal of Engineering for Industry, Trans. ASME, Series B, Vol. 91, p. 869-878.2009, 1969.
- [9] **T. Mazilu**, „*Vibrații*”, Editura MatrixRom, București, 2012.
- [10] **A. Badea, L. Blaga, P. Constantin, R. Costache, C.N. Badea, G. Dumitru**, „*Derivarea ecuațiilor de Mișcare a Boghiului*”, Sinteze de Mecanică Teoretică și Aplicată, Vol. 9, Nr. 1, Editura MatrixRom, București, 2018.
- [11] **A. Neacșa, N.N. Antonescu, D.B. Stoica**, “*Software Applications for Complex Technological Systems Reliability*”, Journal of the Balkan Tribological, Volume: 15, Issue: 1, (2009).
- [12] **A. Neacșa, D.B. Stoica, N.N. Antonescu**, „*Behaviour of Sintered Carbide Pins Under Simulated Work Conditions*”, Experimental Study. In Journal of the Balkan Tribological Association Volume: 18 Issue: 4 Pages: 559-565 Published: 2012.
- [13] **F. Mesch**, „*A comparison of the measuring time in self-adjusting control systems*”, Proc. 2nd IFAC Congress, Basle, pp. 439-445, 1963.
- [14] **P. Eykhoff**, „*System Identification, parameter and state estimation*” John Wiley and Sons, 1974.
- [15] **ORE 1974**, „*Equations of motion of railway vehicles*”, Edition ORE, question CI 16, report no. 4, Utrecht.